

算数科“図形”領域教材研究——考察1(1)

宮下 英明

On “Informal Geometry” in Elementary School Mathematics——1 (1)

Hideaki MIYASHITA

目次

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> 1 形の実在論 <ul style="list-style-type: none"> 1.1 自己表出としての形 1.2 ことばとしての形 1.3 述語としての形 <ul style="list-style-type: none"> 1.3.1 述語としての形 1.3.2 述語＝命題関数 1.4 “形”の語 <ul style="list-style-type: none"> 1.4.1 述語の類型名としての“形” 1.4.2 “の”つきの“形” 1.4.3 形のカテゴリーの意識 1.5 述語における、実質と価値 <ul style="list-style-type: none"> 1.5.1 実質と価値 1.5.2 実質と価値の相互独立性 1.5.3 “価値”の考え方 1.5.4 フィクションとしての“実質と価値” 1.5.5 記号の“意味” 1.5.6 述語からの述語の派生 1.5.7 “図” 1.5.8 対象の表現 2 述語投企の実践 <ul style="list-style-type: none"> 2.1 対象把握としての述語投企 <ul style="list-style-type: none"> 2.1.1 対象把握としての述語投企 2.1.2 “見方” 2.2 述語の恣意性 <ul style="list-style-type: none"> 2.2.1 述語の恣意性 2.2.2 “文法的に可能”と“論理的に可能” 2.3 述語投企の規制要因——言語と身体性 <ul style="list-style-type: none"> 2.3.1 言語 2.3.2 身体性 2.3.3 “見る”と“見える” 2.3.4 学習 | <ul style="list-style-type: none"> 2.4 述語の相対性 2.5 述語投企の実効 <ul style="list-style-type: none"> 2.5.1 述語の向他者性 2.5.2 “述語投企の実効”の二段階 2.5.3 述語投企の実効の不可視性 <ul style="list-style-type: none"> 2.5.3.1 述語投企の実効の不可視性 2.5.3.2 述語としての受容 2.5.3.3 対象と述語の結合の受容 |
| | <ul style="list-style-type: none"> 3 対象把握 <ul style="list-style-type: none"> 3.1 対象把握 <ul style="list-style-type: none"> 3.1.1 対象化と述定 3.1.2 分析 3.1.3 対象の決定 3.2 対象把握であることの要件 <ul style="list-style-type: none"> 3.2.1 容易 3.2.2 既知への引き寄せ 3.2.3 省力 3.2.4 〈作られる／出来上がるもの〉という形の解釈 3.2.5 即生産 3.2.6 類型化 <ul style="list-style-type: none"> 3.2.6.1 類型化 3.2.6.2 類型としての述語 3.2.6.3 類型の位階 3.3 対象把握の諸形態——例 <ul style="list-style-type: none"> 3.3.1 直喩(“[何]の形”) 3.3.2 物性、形状 3.3.3 工作 3.3.4 生成 3.3.5 構成 |

1 形 の 存 在 論

1.1 自己表出としての形

外在(モノ)の形は、その外在が契機となって起こった、私の自己表出である^(註)。外在の形は、外在に属するのではなく、私に属する。

どのような自己表出であるかが、そのひとの〈身体性〉になる。この意味で、形は私の身体性である。

(註) 或る虫がこの外在に対して見た形(?)は、その虫の自己表出である。

1.2 ことばとしての形

私の自己表出としてとどまる形は、未だ“形”ではない。言語化されそして“形”として通用してはじめて、“形”になる。このときの形の存在の身分は、〈ことば〉である。

ところで、言語とは言語運用の実践(言語生活)のことである。“言語Lがある”という言い方ができるのは、形式論においてである。言語は、われわれの実践において示されるのみである。

そこで、ことばは——特に、形は——われわれの或る行為として実在するのみである。文字とかひとの発する音声がかことばなのではない。

1.3 述語としての形

1.3.1 述語としての形

対象(何)からその形を対象化するのは、述語投企の実践である(Ch.2)。われわれが“[何]に、その形を見る”ということばで表現している実践は、述語としての形の投企である。

[何]にその形が備わっているわけではない。われわれが[何]に形を与える。そして、述語投企の実践として、[何]に形を与えるのである。“[何]の形”は、[何]に対する述語として存在する。

実際、“[何]の形”は[何]のうちにはない。また、[何]が目映っていることのうちにもない。“[何]の形”は、意識に対象化される限りで、かつ意識に対象化されているところのものとして、存る。そして対象化されているところの“[何]の形”は、[何]の述語である^(註1)。

特に、形はモノの〈属性〉などではない。形は、形を見る主体が見るところのものであり、モノに形という属性があるわけではない^(註2)。

(註1) 例えば、手をどう見たときに“手の形”を見たことになるのか。——この問いに答えはない。(あなたは答えられるか。)

“手の形”は、手のうちにも、手が目に映ることのうちにもない。われわれが“手の形”として認めるものが在るのみである。——例えば、われわれは、



を“手の形”と認める。(これに対し



は、“手の形”とは認めない。)

“手の形”の問いは、“手の形”としてわれわれが認めるものを問う問いとしてのみ、成立する。そしてこの問いには、(単一の“手の形”が答えられるのではなく)アレヤコレヤの“手の形”が答えられることになる。“手の形”は、アレヤコレヤとして存在する。(註2) Cf. “マツクイムシは害虫である”とひとが言っても、マツクイムシに“害虫”という属性があるわけではない。“害虫”の判断はひとの都合であり、マツクイムシの知ったことではない。

1.3.2 述語＝命題関数

“対象([何])に形を見る”は、“[何]はしかじか”の表現に示される。この表現は、ことばのないし記号で構成されているものとして、論理的命題である。こうして、“対象に形を見る”は、一つの論理的命題に帰着する。

この論理的命題は、一方で、主語“[何]”と述語“しかじか”の二つに分析でき、また一方で、変項 x の命題関数“ x はしかじか”と x に代入される定項[何]の二つに分析できる^(註)。実際、述語“しかじか”と命題関数“ x はしかじか”は、互いに読み換え可能である。

われわれは、“[何]はしかじか”に対する述語＝命題関数“ x はしかじか”を、“[何]の形”として定めることによって、“述語(命題関数)としての形”の概念をここで導入する。

こうして、“[何]の形”は、命題関数 $P(x)$ ということになる。例えば、“満月の形”としての“円”は、命題関数 $P(x)$ であり、“満月の形”が“円”であることは、命題 $P(\text{満月})$ によって述べられる。

(註) 変項 x に関する命題関数“ x はしかじかである”を $P(x)$ と書くとき、“[何]はしかじかである”は、 $P(\text{[何]})$ と言い換えられる。

1.4 “形”の語

対象が“形”として対象化されるためには、“形”の語がなければならない。“形”の語がなければ、対象としての形はない。

1.4.1 述語の類型名としての“形”

われわれは、あることばを形のことばと見なし、そうでないと見なすものから区別する。——例えば、“まる(い)”は形のことばと見なし、(形ではなく)色のことばと見なす“しろ(い)”から区別する。——これは、“形”の語の一つの用法である。

このときの“形”は、ことばの類型の名である。それは、〈“形”、“色”、“明るさ”、“硬

さ”、“材質”、……〉のような対立において存る。

一つのことばが形のことばか否かは、ひとの決めることである。そしてその決定は、結局、恣意でしかない。したがって、“形のことばは、ことばのどのような一特殊か?”という問いは立たない。ことばは、ひとがそれを形のことばと受け取り、かつまたそのことが公的に承認されるときに、そしてその限りで、形のことばである。

例えば、“その物はこの豆腐のようである”と言うときのことば“この豆腐のようである”は、形のことばと受け取られるとき形のことばであり、色のことばと受け取られるとき色のことばであり、硬さ(柔らかさ)のことばと受け取られるとき硬さ(柔らかさ)のことばである。

1.4.2 “の”つきの“形”

“形”の語は、“[何]の形”のようにも用いられる(“の”つきの“形”)。“形”の語のこの用法は、“形のことば”のように言うときの“形”の語の用法——ことばの類型名——とは異なる。

“[何]の形”は、形のことばである。即ち、“[何]の形＝……”と言うときの“……”には形のことばが来る(“[何]の形”それ自身も含めて)。そこで、“の形”を、対象のことば“[何]”に作用して形のことばをもたらす作用素というように考えることができる^(註)。

“[何]の形”は、形のことばとしては実効するものでないかも知れない。しかし、ともかくこの言い回しをつくることによって、“[何]の形”としての形を意識に主題化できることになる。ことば(結論)が得られる前から、その来るべきことばを概念として主題化することができる。これがいまの場合の“形”の語の意義であり、用法である。

(註) “この山は三角形だ”を“この山の形は三角形だ”に言い換えるとき、文の構造そのものが変えられ

ている。即ち、後者において

この山の形=三角形

であるが、前者での“この山”と“三角形”の間には=、≠の関係は立たない。

1.4.3 形のカテゴリの意識

“形”は、“形”としての表現が志向されている限りで“形”である。

例えば、“まる”、“しかく”、“さんかく”ということばを覚えてた子どもにとって、これらのことばを適用できない形は、“形”として認識するものではないのである。彼らにおいては、色々な形の中に“まる”、“しかく”、“さんかく”があるのではない。“まる”、“しかく”、“さんかく”がある、ただそれだけである。

これに対し、われわれは“形”を“色々な形”として考える。しかしそれは、“色々な形”が現にあるからそうしている、ということではない。“色々な形”は、“色々な形”を考えることの原因ではなく、“色々な形”を考えることの結果である。

“まる”、“しかく”、“さんかく”という“形”がありこれ他には“形”はない子どもと、“色々な形”を考えるわれわれとの違いは、カテゴリとしての“形”の概念を持っているかないかの違いである。

“形”の語が、形のカテゴリの意識を導き、また、形のことばの開発に向かわせる。実際、対象のことば[何]に対しては、“の形”のことばを付加することが(論理的に妥当かどうかはともかく)文法的につねに可能であり、このとき[何]の形の述定ということが、主題として立つようになる。そして、“[何]”と“の形”の結合が新しいものなら、既成にはない新しい形のことばが生み出される可能性が出てくる。

1.5 述語における実質と価値

1.5.1 実質と価値

ことばがわれわれの存在になるためには、それは先ずわれわれの感覚器官に受け止められるものでなければならない^(註)。ことばのこのレベルは、ソシュールの所謂<実質(substance)>にあたる。<実質>は、ことばを現前させることにのみ効く。もし、述語が<実質>無しに顕在し得るものなら、<実質>は無くてもよいのである。

ことばにおいて本質的なのは、<実質>ではなく、ソシュールの所謂<価値>である。異なる<実質>は、同一の<価値>を現わし得る。そして、<価値>の同じことが、ことばとして同じということである。

ことばの<価値>は、われわれの言語実践——ウィトゲンシュタインの所謂、言語ゲーム——において示される。但し、<価値>が先ずあってそれが言語ゲームにおいて示されるというのではなく、言語ゲームから反照的に<価値>が読まれる、ということである。<価値>は言語ゲームとして存在する。それは、ひとの実践の結果として出てくる。

(註) 例えば、紙の上に鉛筆で書かれた文字や図として；発声された音として；手振り身振りとして。

1.5.2 実質と価値の相互独立性

ことばの価値は、言語ゲームとして存在する。

ことばの実質は言語ゲームを決定しない。したがって、それは価値を決定しない——この意味で、実質と価値は互いに独立している。

実際、異なる実質が同じ言語ゲームを現前させることがある(“異音同義”)^(註1)。逆に、同じ実質が、異なる言語ゲームを現前させることがある(“同音異義”)^(註2)。

述語の簡略化としての“命名”^(註3)は、《異なる実質、同じ価値》(“異音同義”)の一つの場合である。

いま述語を、図式的に、価値 v と実質 s の対

$$X = (v, s)$$

として考えることにすると、述語 X と Y が

《異なる実質, 同じ価値》(“異音同義”)であることは,

$$X = (v, s), Y = (v, t)$$

で表現され, X と Y が《同じ実質, 異なる価値》(“同音異義”)であることは,

$$X = (v, s), Y = (w, s)$$

で表現されることになる。

“文章の図式化”(“了解図式”, “イメージ”)とか, その逆の“図式の文章化”といったことは, 実質の変更

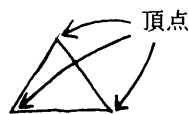
$$(v, s) \longrightarrow (v, s')$$

として捉えられる。例えば,

$s =$ “三角形”,



ここで, v は, 述語“三つの頂点をもつ”が導かれるとか,



の読みがされるといったようなことをその内容とする。

(註1) 例えば, 鉛筆で描いた閉じた折れ線

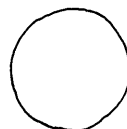


と, 三本の木切れの組合せ



が, 或る共同体においてともに“三角形”の図式として機能することがあるということ。

(註2) 例えば, 図



は, “円”の図式としても, “球”の図式としても可能である。

(註3) 例えば, “実数体 \mathbb{R} 上のユークリッド計量ベクトル空間を随伴ベクトル空間とするアフィン空間”に対する“ユークリッド空間”の命名。

1.5.3 “価値”の考え方

言語ゲームから反照的に価値が読まれる。言語ゲームは, 価値の現象ではなく, 価値の読みの契機である。

言語ゲームという実体はない。言語ゲームは, 出来事である。

価値の読みは, 出来事の“写生”ではない。出来事は, “価値”の観点で捉えられ, “価値”として読まれる。

そこで, 述語 (v, s) での v は, “価値”の観点で読まれた s のストーリーということになる。いま, このストーリーで s を変項 x に変えて得られる命題関数 $v(x)$ を, 改めて v として考えてみる。このとき, 《実質 t を x に代入した $v(t)$ は, 現実に読み得るストーリー(この意味で, 真)》ということで, 述語 (v, t) の概念を起こせる。しかも, (v, s) と同価値な述語として。また, “述語 $X = (v, s), Y = (w, t)$ において, $v = w$ ” が, 命題関数の相等のこととして定義できることになる。

v を命題関数 $v(x)$ にするとき, われわれはソシュールの《実質と形相》の図式に少し近づいている。しかし, ソシュールの図式には行かない。

ソシュールの“形相(*forme*)”は, 図式化していえば, s をめぐるストーリー $v_1(s), v_2(s), v_3(s), \dots$ の総体になる(註1)。それは, 〈無限〉

—無限の出来事(の潜在)—の形而上学を含んでいる。

価値は、現実の出来事に対しその都度考えるしかない^(註2)。価値の相等についても同じである。“価値の現象の総体”の概念は、退けられる。出来事の前に価値はない。出来事の後に価値が確認される。価値は結果論であり、結果論として更新し続けられる。

(註1) そこで、“実質 s と実質 t は互いに代替可能”の意味は、 s に対して真な v_1, v_2, \dots がすべて t に対しても真であり、その逆も成り立つということである。それは、“ s と t の真理表は同じ”といったイメージのものになる。

(註2) 実際、例えば図式



が二等辺三角形の表現として実効するか否かはケース・バイ・ケースである。図式そのものに帰せられる問題ではない。

1.5.4 フィクションとしての“実質と価値”

実質と価値は、実体としてはフィクションである。“これが実質、これが価値”と指示できるようなものとして実質、価値があるわけではない。

例えば、紙に書かれた文字は一見実質として明白なものに思われるが、しかし“どこが実質の本体か”のような考え方をし出すと、途端にわからないものになる。——紙の上の文字は、紙を伴わずに文字でいられるか、光を伴わずに文字でいられるか、それを見る／読む主体を欠いて文字でいられるか、等々。

われわれが行なうところの対象化では、対象の実質に意義があるのではなく、対象化そのものに意義がある。われわれの対象化は、“対象の実質”の主題化(“どこが対象の実質か”)をはじめから欠いている。対象化は、それが或る

都合に合うから起こる。そしてこの都合が満たされることについては、“対象の実質”の主題化は必要でない。〈対象化〉の原理は、“対象の実質の確定”ではなく、“対象化することの有用性”である。

存在としての価値も、フィクションである。

価値を現象に帰着させたところで、価値が明確になるわけではない。まず、価値の現象が、それが実質として問われることで、わからないものになる。つぎに、“同価値(同値)”の概念があやしくなる。

異なる実質に対する“同値”の概念は、成立するのか? 例えばひとは、“代替できること”として“同値”を定義したくなるかも知れない。しかし、異なる実質はどのような場合に代替できていることになるのか? (実際、例えば“三角相等の三角形”と“三辺相等の三角形”の二つのことばは、常には代替できない。) “代替できている”と見なす主体を登場させずに、説明できることなのか? しかしまた、このような主体を登場させることは、“同値”の定義を循環論に陥れる。

実際、“価値”やその“同値”の概念は、公理的形式的な論理体系の中の存在(その記号ではない)についてしか、成立しない。

1.5.5 記号の“意味”

われわれは、ことばや図式——一般に、記号——に対し、“その意味”という形の発想をする。

“意味”は、ここで言う価値である——それ以外のものではあり得ない。特に、“意味”は、実質に対して読めるものではなく(“意味”は実質に属さない)、実質が運用される言語ゲームに示されるところのものである。

1.5.6 述語からの述語の派生

一つの述語(v, s)をきっかけに、別の述語(w, t)を起こすことがある。いまこれを、“述語の派生： $(v, s) \rightarrow (w, t)$ ”のことばで一括

しておく。

述語の派生： $(v, s) \rightarrow (w, t)$ の構造は単一ではない。実際，“異音同義”を引き出す

$$(v, s) \rightarrow (v, t)$$

や“同音異義”を引き出す

$$(v, s) \rightarrow (w, s)$$

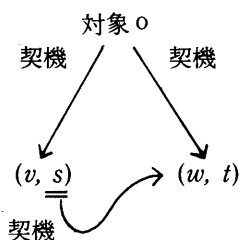
は、この中に含まれている。また、論理的含意を引き出すものとしての $(v, s) \rightarrow (w, s)$ (即ち、 $v \supset w$ の場合)もある。

さらに、 v と s は(“両者の結合は偶然”の意味で)互いに独立しているから、 s のみを契機に (w, t) が起こされるということもあり得る。例えば、四角形の図式としての図

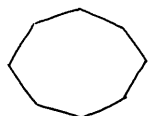


を“窓”と読む場合。

$s \rightarrow (w, t)$ は、つぎのような文脈の中のものであり得る：



また、 $s \rightarrow (w, t)$ が結果的に (v, s) の論理的含意になっているという場合もあり得る。例えば、八角形の図式としての図



が“多角形”と読まれる場合。

1.5.7 “図”

“図”のことばの運用を“述語”の観点で考えると、二つの“図”が区別される。即ち、一つは述語の投企の対象を指す“図”で、もう一つは述語 (v, s) の実質 s を指す“図”である。——この区別は、語“図”の用法の区別であり、実在としての図の区別ではない。実際、述語の実質としての図は、改めて述語投企の対象になり得る (§1.5.6)。

1.5.8 対象の表現

対象 X —— 例えば、現前の山 —— の表現とは、ある対象 Y を X に対する一つの述語の実質として身分づけるということに他ならない。

ここで Y は、出来合いのものの場合もあるし、自ら作り出したもの —— 例えば、紙の上に描いた絵



—— の場合もある。対象 X をその述語の実質にするということもあり得る(“実物で示す”)。

X の Y による表現が実効するとは、単純に、期待する結果が得られるということである —— この“期待する結果”がその述語の価値の内容の一つになる。

この逆は、“ Y を述語の実質として身分づけるこの行為は期待する結果をもたらしてくれない”こととしての“巧く表現できない”である。

また、“表現が伝わらない”とは、述語の実質として身分づけたものが、実際にはそのように機能しない(ひとがそのようには受容してくれない)、ということの謂いである。

ひとはまた、述語の価値を変えないその実質の変更を、色々な理由から行なう。

例えば、ことばで書かれた述語をわかり易さ

のために図式に表現し直すとか、逆に、ことばしかのらない伝達媒体で図式を相手に伝えるために図式を文章化するということに。

対象 X に対する述語(実質 Y)の投企も、 X もまたこの述語の実質であると解釈するとき(上述)、実質の変更(X から Y へ)として捉えられるものになる。

2 述語投企の実践

2.1 対象把捉としての述語投企

2.1.1 対象把捉としての述語投企

対象把捉の一つに述語投企がある。

対象把捉が述語投企であるわけではない。例えば、現前の人の顔を記憶にとどめようとする行為を、“述語の投企”と言うことはできない。——しかしまた、“見る”こと自体のうちには、対象は起こっていない。“対象”の意識がもたれてはじめて、対象ということになる。対象の意識が、対象把捉の前提である。

2.1.2 “見方”

“[何]の形”をわれわれの実践——これを対象化する実践——に因るものと認識し、そしてこの実践を“見る”のことばで表現するとき、われわれは、“[何]の形”を“[何]の見方”として捉えたい。そしてさらには、“見方”を存在として対象化したくなる。

しかし、見方を表現することが、見方の対象化である。そして、見方を表現する述定は、見方の述定ではなくなる。即ち、“見られた対象”の述定になってしまう。——実際それは、“見られた対象”に投企される述語と区別されない。

このように、見方が表現されるときには、それは述語である。したがって、対象と(対象の)述語を(対象の)見方で媒介するということはできない。特に、《見方=存在》の発想は、対象の述定を説明するという点に関しては、何の効用もない。

実際、“見方”の語は、存在としての“見方”

を対象化しようとして用いられるのではない。“見方”の語は、述定をひとに帰属させる(“ひとの述定”として)ことに用いられる。これが“見方”の語の用法であり、この用法の上では“見方”の語には何の問題もない。“見方”の語が問題になるのは、“見方”が(日常言語から外れて)存在として主題化されるときである。

2.2 述語の恣意性

2.2.1 述語の恣意性

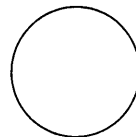
述語投企の実践において、述語はそれを投企する主体の恣意——そうしてよいことの保証を持てない恣意——である。

述語の投企は、跳躍である。これによって結果する命題は、他の命題から導かれたものではない。それはいきなり登場する。“跳躍”が“何から何への跳躍”であるとすれば、このときの跳躍には“何から”が無い。

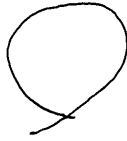
“モノに形を見る”は、述語投企の実践である。特に、ひとがモノに対して見る形はひとの恣意である。見た形については、正しいも正しくないもない——実際、全く正反対のことも言い得る^(註)。

述語投企が保証をもてないということは、言い換えれば、述語の投企は自由だということである。ひとは自分の都合で勝手な述語の投企ができるし、またそうするしかない。どのような述語を投企できるかで、そのひとの甲斐性が試される。

(註) 例えば、図：



に対する“この形は円である”という認識を保証するものはない。“円である”と言えば円であり、“歪んでいるから円でない”と言えば円でない。——実際、“歪んでいる”とひとに言わせられないような円の図を描くことはできない。しかしまた、われわれは、



のような図を“円”として通用させることもできるのである。

2.2.2 “文法的に可能”と“論理的に可能”

形は、“しかじかである”という述語である。したがってそれは、“[何]は”ということばと文法上つねに結合できる。(例えば、“赤は”+“三角形”=“赤は三角形”。)特に、一つの“[何]は”に対して、任意の形=述語を結合することができる。

われわれは、《モノは如何ようにも見得る》という意味で、“形の恣意性”ということばを使いたくなる。しかし、上に述べた文法的結合の自由性が、“形の恣意性”の実体である。“形の恣意性”の話は、〈モノ〉や〈見る〉無しで成立する。

文法的に可能な語の結合に対し、さらにその真と偽を定めるのが“論理”である。語の結合に関する“文法的に可能”は、この“論理的に可能”からは区別される。——後者の場合、述語は対象の語の論理的含意になる。述語は、対象の語の論理的必然になる^(註)。

述語の投企は“文法上可能な述語の結合”であり、これをしてよいことの保証をもたない。保証するものは“論理”であり、それが導入されてはじめて、述語の結合は〈恣意性〉から免れるようになる。

(註) 例えば、“円をその形とする夕日”に対し、“円をその形とする夕日の形”としての“円”は、論理的必然を述べる述語になる。また例えば、円周角が中心角の1/2であることは、“円”の論理的必然である。

2.3 述語投企の規制要因——言語と身体性

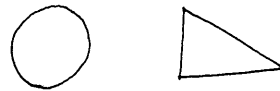
述語投企は、本質的に恣意(自由)である。しかしその恣意(自由)は自ずと規制されている。そして述語投企の傾向として現象する。

この規制要因の基本的なものとして、言語と身体性の二つが考えられる。

2.3.1 言語

述語投企の対象化行為は、言語の運用として、言語生活の中にある^(註)。即ち、言語の枠内にある。そしてこの意味で、言語が述語投企(対象化行為)の規制要因になる。言語が、述語投企に傾向を与える。

例えば、いまトポロジーの学習がなされているクラス——言語共同体——では、二つの図：



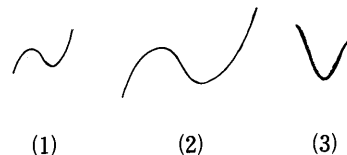
が同じ形として捉えられる傾向にある。(別の言語共同体に属している人には同じ形としては捉えられない。)

(註) 述語投企の主題化では、一つの言語生活/言語共同体が暗黙に想定されている。

2.3.2 身体性

述語の投企の実践が跳躍であり、また一方日常言語の効果であるとしても、その素地にはわれわれの身体性——身体の傾向——というものが^(註)。

例えば、



の三つの図に対して、(1)と(2)が同じ形に見えてしまい、(3)がこれとは違う形に見えてしまうと

いうような。

（註）そもそも、われわれの身体性としての《モノに形を見る》、《モノとの出会いにおいてモノに形を認める》が、形の語をめぐる言語生活のおおもとにあるわけである。——そこで特に、“モノの形”は、われわれの身体的事実（“形を見る”）であるということになる。

2.3.3 “見る”と“見える”

“形が見える”という言い方が“形を見る”よりも適切に感じられる場合がある。しかし、“形が見える”を“形を見る”から区別することは、実際には困難である。

例えば、《見えている様に見ている》とも言える。また、“見る”は“見える”を実際騙す（例えば、太陽を赤で描くなど）。

2.3.4 学習

われわれは物に“形”を見てしまう。しかしこの事態は、何がしかの学習＝生活経験の上に成立している。（このことを認識する上で、つぎの事実の想起が役立つ。即ち、開眼手術によって目が見えるようになった先天性盲人は、われわれのように物が見えるためには、しばらくの期間学習的な経験を積まなければならない、ということ。）

それはどのような経験か。色々挙げ得であろう。例えば、立体の認識に本質的に関わる経験として、物を色々な面から見ている経験がある、という具合に。

この種の経験は、物についての事実を認識する経験である。そしてそれは、先の例が示すように、“視覚的”なものに限られない。実際、“視覚的”とか“触覚的”とかの区分は、この場合無意味である。（例えば、視線は物をなでるように動くという事実を考えれば、“見る”は“触る”の延長であると言ってもよいわけである。）

2.4 述語の相対性

形の表現は、相対的でしかない。絶対的表現

というものは存在しない。

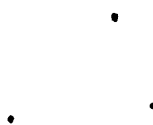
例えば、われわれは三角形を

(a)



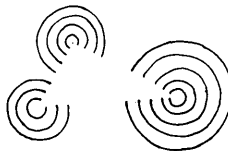
のように描くが、これは三角形の可能な表現のうちの一つに過ぎない。実際、われわれは

(b)



を三角形の表現に使えるし、

(c)



も三角形の表現になり得る。そして、(a)、(b)、(c)は、三角形の表現として対等である。

(a)が三角形の汎用的表現になっているのは、原理的な理由があつてではない。操作的効率性といったような、生活実践的な理由——例えば、(a)の方が(c)よりもずっと楽に描けるといふような——からである。

表現としての(a)、(b)、(c)の間の優劣は、ケース・バイ・ケースのものである。例えば、(a)では頂点が広さを持ち、辺が太さをもってしまふのに対し、(c)では広さをもたない頂点、太さをもたない辺が表現できる。

述語——述語としての形——の相対性は、共同体／文化の相対性あるいは身体性の相対性である。

共同体／文化の違いおよび身体性の違いは、どちらも、良い・悪いの問題ではない。それが大多数と例外的少数（“特異”）の別をつくるようなものである場合にも、然りである^(註)。

形の捉え方において大多数と例外的少数の別が現われるという事実に、説明は立たない。ひ

とはこのことに理屈を立てたがる。しかし理屈は理屈でしかない。ともかく先ず事実がある。この事実は或る理由によって事実になるのではない。理由は、後から考え出される(でっち上げられる)。

因に、われわれは、自分たちの形の捉え方と違う捉え方をする人に対し、上の二つの相対性に応ずる二通りの反応をする。即ち、共同体／文化の違い(“ヨソの人”)と感ずる場合と、身体性の違い(“カラダの違う人”)と感ずる場合である。

(註) 現に、例外的少数(“特異”)に対してのひとの反応は、このようである。

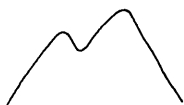
2.5 述語投企の実効

2.5.1 述語の向他者性

述語投企は、他者のためにある。自分に対してしか実効していなくとも、他者が想定されている。特に、述語投企としての“形を見る”は、行為としては、他者に対するものである。“形を見る”は、他者への表現として、そしてそのようなものとして自分自身に対象化されている限りで、現実のものになる。“表現”と言うと、表現以前に“形を見る”が在るみたいになってしまうが、“形を見る”が自体的にあるわけではない。あくまでも、表現を以って“形を見る”が実現する。

例えば、

“その山は、



のような形だ”

のような表現において、一つの“形を見る”が実現される。

2.5.2 “述語投企の実効”の二段階

述語投企は、他者から所期の反応を引き出せ

たとき、実効したことになる。いま、“実効”のこの意味をさらに限定して、自分の為した述語投企が他者に共有されることという意味で“実効”を考えることにする。

このときの“実効”に対しては、さらに二様の解釈が立つ。一つは、述語の実質(述語の現実態)に他者がこちらの読む述語と同じものを読んでくれる^(註1)こととしての“実効”であり、そして一つは、対象と述語の結合を他者が受容してくれる^(註2)こととしての“実効”である。後者は、前者を含意する。

例えば、教師が黒板に教具のコンパスで“円”を描くことや、フリーハンドで描いた“円”の上で半径や直径やらを説明することができるのは、子どもがその図を述語“円”として読んでくれているからである。いま、この時点でひとりの人が授業参観の目的で教室に入ってきたとしよう。そして、黒板に描かれているフリーハンドの“円”を見て、“ハハー、このようなのは円ではないという指導をしているのだな”と思ったとしよう。このときその人は、その図を述語“円”が投企される対象として捉えたわけである。そしてその図と述語“円”の結合を受容しないとしたのである。

(註1) 例えば、二等辺三角形の表現のつもりの図：



に対して、確かに“二等辺三角形”の読みをしてくれる。

(註2) 例えば、図：



に対する“二等辺三角形”の読み：



を受容してくれる。

2.5.3 述語投企の実効の不可視性

2.5.3.1 述語投企の実効の不可視性

述語投企の実効を保証するものはない。“実効する述語投企”を規準化することはできない。

述語投企の実効はケース・バイ・ケースである。〈或る場面では、或る述語投企は実効し或る述語投企は実効しなかった〉、〈或る述語投企は、或る場面では実効し或る場面では実効しなかった〉という結果しかない^(註)。

したがって、述語投企は〈賭け〉である。自分がしようとする述語投企が他者に受容／共有されるかどうかは、やってみることでしかわからない。述語投企は、根拠なしの実践である。

先に、〈述語における実質と価値の結合は自由〉、〈一つの“[何]”に対してどのような形＝述語を結合させることも自由〉(“形の恣意性”，§2.1)と述べたが、それと〈この自由が通用する〉ということとは違う。また、それぞれの自由は互いに相対的ではない(述語の相対性，“形の相対性”，§2.4)からといって、どの自由も生活の中で等価だということにはならない。——自由であるということと、自由が通用するということは、別問題である。

通用する自由(恣意)を“公的”のことで形容し、そうでない自由(恣意)を“私的”のことで形容することにしよう。

ある自由が公的か私的かは、共同体の如何で変わってくる。

公的／私的の別は、良い／悪いの別ではない。ある一つの自由が公的であるのは、言語(文化)とわれわれの身体性の問題である。

(註) ある形を見るという恣意が承認されることを、われわれは、“その見方の有効性”とか“本質的な見方”ということばで説明したくなる。しかし、この種の説明が事実合わないことは、形の見方をひとに承認させる(これは本質的に“押しつけ”である)ことができるという事実(例えば、“図形”の指導——教師が子どもに形を承認させる)から明らかである。しかも、“見方の有効性”は、しばしば結果論に過ぎない。また、“本質的な見方”とは、“この場合に本質的な見方”のことに他ならない。

2.5.3.2 述語としての受容

或る述語の表現がその述語の表現であるのは、——即ち、その表現が正しくそのような表現としてが実効したと言えるのは——、他者がそれを受け取ってくれる限りにおいてである。

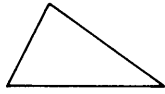
言い換えると、述語(命題関数) $P(x)$ をモノ X に表現することが正にそのようなこととして実効するのは、 X に $P(x)$ という読みをする人に対してである； X が $P(x)$ の表現であると保証するものはない。即ち、 X に $P(x)$ の読みをひとが行なうという必然性は無い(X が書かれた文字であってもそうである——外国語の場合を考えよ)。 X が $P(x)$ の表現であるかどうかは、他者がそのように受け止めるかどうかにかかっている。それは結果論でしかない。

表現は、保証するものを持つことによってではなく、単に、他者の受容を獲ち得ることによって、表現になる。表現は、あくまでも恣意であり保証を持たない。しかしそれでも、他者によって受け止められるということが起こる^(註)。

述語は素材込みのものとして、現実のものになる。ひとに与えることのできるのは素材である。そしてその素材からこちらが意図する述語をひとに読ませることは、保証をもたない——か八かの〈賭け〉である。

素材との結合に、正しいとか正しくないといったことはない。ひと(他者)に承認されるか否かしかない。そして承認が得られるかどうかは、賭けである。それは、根拠なしの実践である。

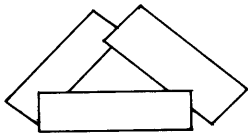
例えば、或る場面において、鉛筆と定規で描いた閉じた折れ線



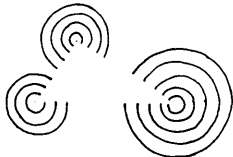
が三角形の図式として承認される(読まれる)かどうか、三本の木切れの組合せ



が三角形の図式として承認される(読まれる)かどうか、三枚の紙の組合せ



が三角形の図式として承認される(読まれる)かどうか、



のように描かれた線が三角形の図式として承認される(読まれる)かどうか、これらは何れもその場でやってみなければわからないのである。

(註) 例えば、図：

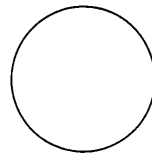


が述語(命題関数)“二等辺三角形”の表現——図式——であるのは、それが“二等辺三角形”と読まれることによって(そう読む人に対して)である。この図が“二等辺三角形”と読まれる必然性は無い。

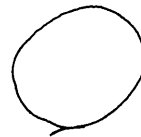
2.5.3.3 対象と述語の結合の受容

対象と述語の結合について言えることは、《或る場面では、或る結合は実効し或る結合は実効しなかった》、《或る結合は、或る場面では実効し或る場面では実効しなかった》という結果だけである^(註)。結合はあくまでも恣意である。しかし、それに通用すると通用しないの別が起こる。そしてその別しかない。

(註) 例えば、或る場合には図：



を“円”とすることが他者に退けられ、また或る場合においては、図：



を“円”とすることが受容される。

3 対象把握

3.1 対象把握

3.1.1 対象化と述定

形の述定が、形の対象化である。述定された形が、対象化された形である。述定の仕方の違いは、対象化の仕方そのものの違いである。

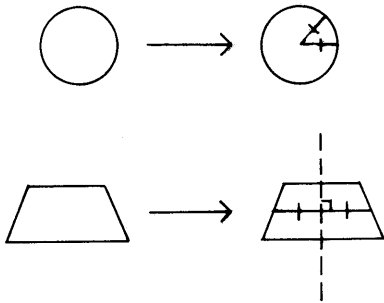
“つつのような形”の表現には、“つつのような形”の対象化が対応するのであり、例えば、“柱”のような対象化はそこには起こっていない。逆に、“柱のような形”という表現がされたときには、“つつのような形”の対象化は起こっていない。

3.1.2 分析

分析も、述語の投企である。何かがそれによって発見されるのではない。〈在るもの〉に対し

てことばが与えられる, というのではない。対象に“要素・構造”とか“生成”とかを読むのが分析であり, 読まれているものはあくまでも非在である。

実際, このことは“円の中心”とか“対称軸”といったものを考えるとき, 明らかである。



3.1.3 対象の決定

対象の把捉のうちには, 対象の決定(特徴づけ)がある。例えば, 対象の把捉の目的が《同じもの——例えば, 同じ形の——ものの生産》にあるときには, 対象把捉は対象の決定でなければならない。

対象の決定は, 所期の対象であるための条件を述べるという形でなされる(“決定条件”)。われわれはその条件に照らして, 対象をチェックする。

このチェックの作業の省力化が問題になるとき, 決定条件は“必要十分条件”へと改良される。実際, “必要十分条件”が“必要最少のチェック”に対応する。

3.2 対象把捉であることの要件

3.2.1 容易

対象把捉は, 把捉する主体にとって《都合の良い》把捉である。そして《都合の良い》のうちで最も基本的なのが, “わかり易さ”である。次項以下に述べる“既知への引き寄せ”, “省力”, “<作られる/出来上がるもの>という形の解釈”, “類型化”も, この“わかり易さ”と関わっている。

3.2.2 既知への引き寄せ

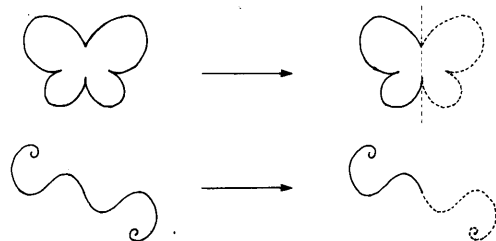
対象の述定は, 既知のことばを用いてなされる——これはアタリマエ。しかし, このアタリマエのことは, 対象を既知へ引き寄せることが対象の述定の本質である, ということを示す。

既知へ引き寄せられた対象は述語として残り, そしてその述語は, 既知の領域に加わる。こうして既知が拡がり, 対象把捉の射程が拡がる。

3.2.3 省力

対象把捉は, 現実的なものであるならば, 省力化されている対象把捉である。

対象の形に規則性を見出そうとするのは, 対象をラクに把捉しようとしてである。例えば, 対象を線対称あるいは点对称と捉えることは, これの把捉をその半分の部分の把捉へと軽減(労力半分!)することの意味をもつ。



3.2.4 <作られる/出来上がるもの>という形の解釈

<作られる/出来上がるもの>として対象を了解することは, 対象の了解形式の基本的なものである。それは, 対象を<素材>と<素材の組み立て/素材からの生成のマニュアル>の二つに表現することである。

操作, 生成, 運動の軌跡, 要素の構成(構造)といったことばによる対象の把捉は, 結局のところ, <作られる/出来上がるもの>として対象を了解することであると見せる。

<作られる/出来上がるもの>という形態の了解は, “わかり易さ”, “対象としての保持のし

易さ”とも関わっている。またそうだからこそ、この表現が実践される。

またそれは、対象了解の一つの発展である。“見てわかる”から“描ける”，“作れる”への移行は、対象の了解の発展である。

対象が〈素材〉と〈素材の組み立て／素材からの生成のマニュアル〉に表現されるとき、この二つの特定が、対象の特定の形式になる。対象の比較は、この観点での比較になる。

この表現は、対象の分析である。このときの対象の分析は、対象を再びつくり上げるために為される。——例えば、円いもの(現象)をつくるために円いもの(現象)を分析する；合同な形をした二つのもの(現象)をつくるために、合同な形をした二つのもの(現象)を分析する。

3.2.5 即生産

対象の把握には、対象を或る何かの生産に参入し得るようにするとか、その対象自身を生産し得るようにするとか、あるいはそれが効率的に処置できるようにする、という目的でなされるものもある。

例えば、四角形を対角線の張る形として捉え、対角線の条件で台形、等脚台形、凧形、平行四辺形、長方形、ひし形、正方形を特徴づけることの目的は、一つに〈生産〉にある。

3.2.6 類型化

《違うけれども、同じ》と見るとき、何が同じであるのか。もちろん、何が同じなのかを説明できなくとも、またそもそもこの〈説明〉というものを意識しなくとも、《違うけれども同じ》と見るとを人は実践している。しかしともかく、その“何”を説明するとすれば、それは——われわれの表現では——〈(類)型〉ということになる。

3.2.6.1 類型化

対象を既知に引き寄せること (§3.2.2)、即生産的に把握すること (§3.2.5) は、一つに、対象の

類型化として実現される。

3.2.6.2 類型としての述語

対象の述定では、対象の類型が述べられている。対象の類型を述べるのが、〈対象について述べる〉の内容になっている。“それはしかじかの類型のものである”が、対象が述定される形態である。

実際、対象の述語は、はじめから類型を示していると思わせる。即ち、各述語に対し、“この述語が投企される”ということがそのまま類型である——同じ述語を投企するということが対象の類型が実現される——という意味で。

なお類型は、“この述語が投企される”こととして存在するのみというわけではない。実際、類型は、対象の述語とは別の形態によっても示し得る——即ち、同類であることを定める関係(“同値関係”)のことばによって(次章)。

このように、対象の類型化はいつも対象の述定=内的述定(“それはしかじかの類型のものである”)なのではない。しかし、対象の述定は、つねに対象の類型化になっているのである。

3.2.6.3 類型の位階

述語もまた、述語の投企の対象になり得る。したがって、類型化の対象になり得る。

一方、述語は、類型としての述語である。したがって特に、“類型の類型”が考えられる。そして“類型の類型”の考え方で、われわれは類型の位階の形成を実践していくことができる。そして述語は、類型として、類型の位階の中に位置づけられる。

類型の位階は、あくまでも論理の上の出来事である。言語生活の反映というものではない。実際、類型は、類型の間の対立として示されるが、この対立関係は“類型の類型”——タテの対立関係——である必要はない。同格のもの同士の対立——ヨコの対立関係——であってよい(註)。

(註) 例えば, “正方形”と“長方形”という類型は, (数学の上ではタテの対立関係になるが) 日常言語ではヨコの対立関係にある。

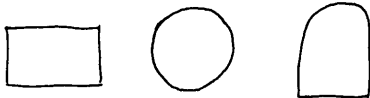
3.3 対象把捉の諸形態——例

3.3.1 直喩(“[何]の形”)

対象の把捉の仕方では, 最も生活的に根源的なのは, 周知のもの“[何]”を持ち出してきて, “[何]のようだ”という具合に対象を把捉する直喩である。把捉のタイプが〈形〉の場合には, “[何]の形”となる^(註)。

この意味では, 算数科で例えば立体の形の類型化(対象化)を“はこの形”, “つつの形”のような表現から始めることには, 理由があると言える。

(註) 例えば, 図:



の形に対する, “窓の形”という類型化。

3.3.2 物性, 形状

物性のことは^(註1)や形状のことは^(註2)も, 対象を把捉することばになり得る。

(註1) “ころがる／ころがらない”, “平面を隙間なく敷き詰める／敷き詰めない”, “重心がその上にある／ない”, など。

(註2) “角ばっている／いない”, “なめらか／なめらかでない”, “穴がある／ない”, “境界がある／ない”, など。

3.3.3 工作

“しかじかの工作(操作・加工)をしてでき上がる”という形態の対象化の仕方がある。

例えば, 述語としての“多面体”には, “空間を平面で切る”という〈工作〉的解釈を与えることができ, また“錐体”には, “頂点と底面の点とを直線でつなぐ”という〈工作〉的解釈を与え

ることができる。

3.3.4 生成

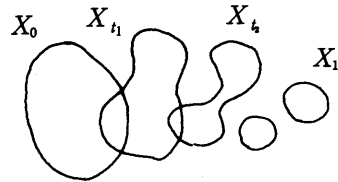
対象を, 別の或る対象を契機に生成されたもの, というように読むことがある。

生成は, 必ずしも, 時間的経緯として読まれるわけではない。例えば, “二点が線分を張る”, “互いに他の垂直二等分線になっている二本の線分が菱形を張る”等は生成の読み方と見させるが, このときの生成は時間的経緯としては読まれていない。

生成を時間軸上のものとして考えるとき, それには, 時間の経過 t を変数にして各 t に対する生成の段階的相 X_t を記述する, という表現の仕方が応ずる。即ち, 時間の区間を表現する区間 $T = [0, 1]$ と一つの空間 E を導入し, 対応:

$$t \longmapsto X_t \subset E \quad (t \in T)$$

として生成を記述する。 X_0 が生成の開始の局面, X_1 が生成の終局である。



生成の経過の連続／不連続は, 対応: $t \mapsto X_t$ の連続／不連続で表現される。このために, T と, E の部分全体の集合 $\mathfrak{P}(E)$ が, 位相空間になっているのでなければならない。

T に対しては, その順序構造から導かれる順序位相を考える。 $\mathfrak{P}(E)$ に対しては, E が距離空間 (E, d) であることを条件にして, $\mathfrak{P}(E)$ の上の距離 D を

$$D(X, Y) = \max \{ \sup \{ d(x, Y) \mid x \in X \}, \sup \{ d(X, y) \mid y \in Y \} \},$$

$$d(x, Y) = \inf \{ d(x, y) \mid y \in Y \},$$

$$d(X, y) = \inf \{ d(x, y) \mid x \in X \}$$

で定義する。 $\mathfrak{P}(E)$ を距離空間 $(\mathfrak{P}(E), D)$ として位相空間となすわけである。

対象 X に対する〈生成〉の解釈は,

$X = \cup\{X_t \mid t \in T\}$ と $X = X_1$ の二通りが成り立つ。但し、 $\cup\{X_s \mid s \in [0, t]\}$ を改めて X_t とすることで、前者は後者に帰着させることができる。

生成： $t \rightarrow X_t$ は、 X_t を $Y = X_0$ の t における変化の相：

$$f_t : Y \rightarrow X_t$$

と見なし、変化の相 f_t の t に対する変化：

$$t \rightarrow f_t$$

としてこの生成を捉えるとき、“ホモトピー”の形に表現したことになる：

$$F : (y, t) \rightarrow f_t(y) ;$$

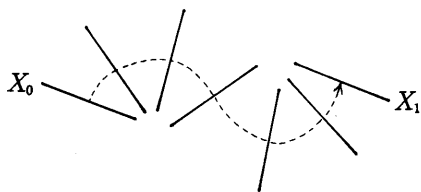
$$Y \times T \rightarrow E.$$

そしてこのときには、生成の連続／不連続が写像 F の連続／不連続に表現される。

“変形” (対象 Y の変形) や “運動” (対象 Y の運動) は、生成のいまの見方—— “一つの対象 Y の変化” —— の射程に入る。

実際、“対象 Y の変化” はそのまま “対象 Y の変形”^(註) に読み直せる。

また、 E がユークリッド空間で、各 t について X_t が Y と合同のときには、それは “対象 Y の運動” に読み直せる。

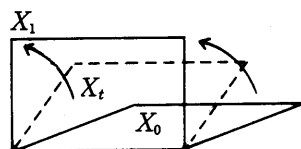


そして $X = \cup\{X_t \mid t \in T\}$ が Y のこの運動の “軌跡” ということになる。

“一つの対象の運動の軌跡” の見方は、簡明で、しかもその射程は結構広い。——算数教材に限って例を挙げれば、回転移動に関しては、一点の回転の軌跡としての円弧 (特に、円)；線分をその一方の端点を回転の中心として回転したときの扇形 (特に、円板)；回転体、など。平行移動に関しては、一点の平行移動の軌跡としての線分；線分の平行移動の軌跡としての平行四辺

形；平面の部分集合を、その平面とは独立な方向に平行移動したときのその軌跡としての (斜)柱、など。

(註) 例えば、“長方形は平行四辺形が真っ直ぐに起き上がった形” は、長方形に対する “(平行四辺形)の変形” の読み方である。



3.3.5 構成

対象を、《要素が構成するところのもの》と捉えることがある。

このときの対象記述は、要素と、要素間関係の特定である。

要素の特定は恣意である。そして、固定した要素に対しての要素間関係の特定も恣意である。

要素間関係は、“要素からの対象の再現” という発想で求める。それは、対象の分析 = “分解” を、逆方向に “構成” として見ていくということである。

このときには、対象を決定することが要素間関係の条件であり、したがってそれは “決定条件” と読まれるものになる。

“決定条件” 特定の基本的な考え方は、“構成の自由度を減らしていく” と “必要最少の条件の組へ絞り込む” である。自由度 0 に “決定条件” が応ずる^(註)。

対象の構成的解釈を、それ自体対象をつくることであると考えるとき、決定条件の色々は対象の色々である。

(註) 例えば、ひし形の場合、一辺の長さの一つの角の大きさの決定で、ひし形の自由度は 0 になる。したがって《一辺の長さの一つの角の大きさ》がひし形の決定条件になる。