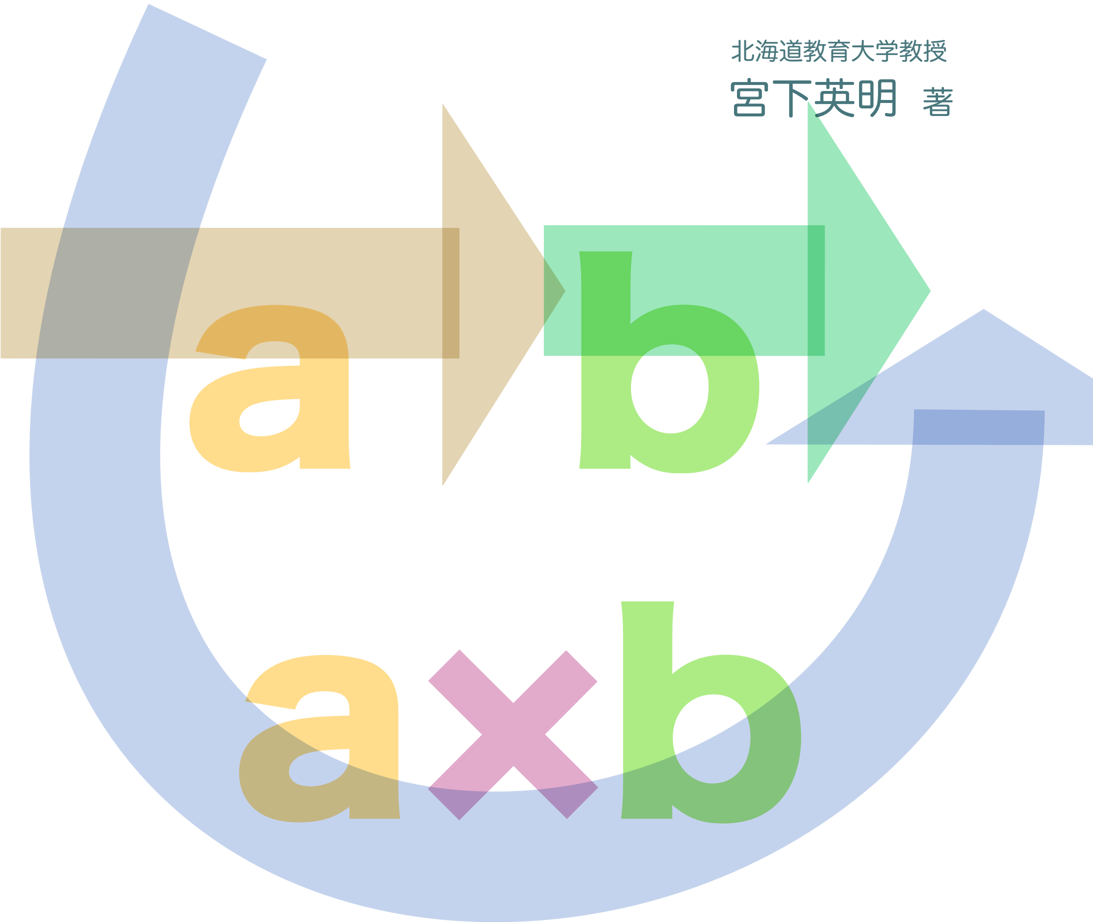
現職教員・教員養成コース学生
＆数をわかりたい人のための
「かけ算の順序」論争がわかる本
シリーズ (1)

図解

「かけ算の順序」論争

― 概 説 ―

北海道教育大学教授
宮下英明 著



文中の青色文字列は，ウェブページへのリンクであることを示しています。

「かけ算の順序」論争
— 概説 —

本書について

本書は，

http://m-ac.jp/

のサイトで書き下ろしている『かけ算の順序」論争 概説』を PDF 文書の形に改めたものです。

本シリーズについて

本書は,「「数」がわかる本」として作成しているシリーズのうちの, <「かけ算の順序」論争解説>シリーズの１になるものです。

<「かけ算の順序」論争解説>シリーズの趣旨は, 読者が論争の中の「数」を数学の「数」と対比できるようにすることです。

本シリーズは, <「数」がわかる本>シリーズに後続する内容になっています。また, <「数」の数学対学校数学>シリーズと併読される内容になっています。

「かけ算の順序」論争の中の「数」は, 数学の「数」とは違っています。特に, その論争は, はなから数学を外したものになっています。論争の「数」に対するときは, このことを理解している必要があります。そして, このことの理解には, 数学の「数」の理解が含まれるわけです。

「「数」がわかる本」シリーズは, 現在かなり大部になっています。そこで, この内容の<早わかり>としてつぎのテクストを用意していますので, 利用してください：

『「数の理解」15 講』

「数」がわかる本 既刊一覧

<「数」がわかる本>シリーズ （数学の「数」）

- 「数とは何か？」への答え
- いろいろな数が「数」であること
- いろいろな数がつくられるしくみ
- 四元数
- 量計算の論理
- 「数の理解」15 講

<「数」の数学対学校数学>シリーズ （イデオロギーの「数」）

- 数は量の比 ―「数は量の抽象」ではない
- 量とは何か？―学校数学の「量」
- 「分数のかけ算・わり算」の数学と学校数学
- 「数直線でかけ算・わり算」は, わかるのがおかしい

<「かけ算の順序」論争解説>シリーズ （モンスターの「数」）

- 「かけ算の順序」論争概説 （本テクスト）
- 「かけ算の順序」論争――延々と続けられるわけ
- 「かけ算の順序」の数学
- 「かけ算の順序」のイデオロギー

目次

本文イラスト，ページレイアウト，表紙デザイン：著者

はじめに

「かけ算の順序論争」と称されているものがある。「かけ算の順序論争」をネット検索したときに一覧されてくるものが，これである。また，ときおり新聞に現れる有識者の「*かけ算に順序はない*」の論説が，これである。

この論争は，つぎの二様の思考回路の間の論争である：

A. かけ算は「1あたり量 × いくつ分」であり，「×」をはさむ２数の順序もこのとおりに決まる。
B.「1あたり量 × いくつ分」の順序に必然はない。よって，かけ算に順序はない。

「1あたり量 × いくつ分」の出自は，遠山啓である。
A の論拠は，「*遠山啓がこれを示した*」しかない。
この意味で，A は遠山主義 / イデオロギーである。

B は，「「*1あたり量 × いくつ分」の順序に必然はない*」を「*かけ算に順序はない*」に短絡する者である。
この短絡は，「かけ算の順序」の数学を知らないためであり，そして論理学の初歩になる「よって」の使い方を知らないためである。
論理学 / 数学の無知が転じた《自分は正しく考えることを行った；よって自分の出した結論は正しい》でもって，「*かけ算に順序はない*」を主張する。 ──この意味で，B はモンスターである。

こうして，「かけ算の順序論争」は，遠山主義対モンスターの論争ということになる。
しかし，実際には「論争」と呼べるようなものは，起こっていない。モンスターが一方的に主張し，そしてこれに返す者がいないというのが，この「論争」の実態である。
そしてこうなるのには，理由がある。

モンスターへのリアクションの役回りは，遠山主義にある。しかし，遠山主義はモンスターの論難「*「1あたり量 × いくつ分」の順序に必然はない*」に対し「*それは違う*」を返すことができない。
遠山主義の根拠は，唯一「*1あたり量 × いくつ分 を遠山啓が示した*」である。しかしこの根拠をことばにすれば，遠山主義を遠山教にしてしまうことになる。
そこで，遠山主義が言説として現せることは，モンスターの論難への反論ではなく，考えているポーズ，遠山の言説を調べているポーズを示すことだけ，というふうになる。しかしこの中で，《「1あたり量 × いくつ分」の順序は遠山においても理由がない》という考えにどうしても至る。
そしてこの先にあるのは，「*遠山も， 1あたり量 × いくつ分 でなければならないとは言っていない*」のエクスキューズをつくり，「*かけ算の順序にこだわらねばならないということはない*」のような形で自論を閉じ，「論争」から撤退する──である。

ただし，「論争」からの遠山主義の撤退は，これで「論争」がやむということではない。
実際，モンスターの矛先は，学校数学 / 文科省 / 学校現場である。遠山主義がモンスターの論争相手の立場に立たされるのは，学校数学 / 文科

省 / 学校現場が遠山主義の「1 あたり量 × いくつ分」を択っているためである。
「論争」の実態は, ダンマリの学校数学 / 文科省 / 学校現場 対 モンスターである。

モンスターの論難に返すことになるものは, 数学である。
また, この数学は, 遠山主義に対しても返していくことになるものである。

＜数学を以て返す＞は, 学校現場からは起こらない。教員養成の現実として, 学校現場は数学を持っておらず, そして数学をこれから持つようになる契機もないからである。
文科省も, 数学をもってはいても, ＜数学を以て返す＞をするところではない。これまで「1 あたり量 × いくつ分」をやってきており, そしてこの惰性を続けるしかない力学が, そこには働いているからである。

以上が, 現前の「かけ算の順序論争」の概観である。

本論考は, ＜数学を以て返す＞の「数学」を明示しつつ, 以上述べた内容を段階的に詳らかにしようとするものである。
全論考は, つぎの構成になる：

概説：『「かけ算の順序」論争 概説』(本テクスト)
　　　『「かけ算の順序」論争──延々と続けられるわけ』
各論：『「かけ算の順序」の数学』
　　　『「かけ算の順序」のイデオロギー』
　　　『「かけ算の順序」のモンスター 』

現時点では, 『「かけ算の順序」のモンスター 』は作業途中にあり, また『「かけ算の順序」論争──延々と続けられるわけ』は再構成が必要になっている。
なお, 以上のテクストは, PDF オンラインブックの体裁でも提供される。

1.「かけ算の順序」論争とは？

1.1「かけ算の順序」の素朴な疑問が論争に翻弄される

小学校教員は，算数の授業でつぎの問題を持つ：

> 「*この文章題は，数２と３の積の立式をするものであるが，さて，*
> *立式は２× ３，３× ２のどっちだろうか？*
> *あるいは，どっちでもよいのか？ ──どっちでもよいということであれば，どうしてどっちでもよいのか？*」

あるいは，自分の子どもが算数のテストで＜積の立式における２数の順序＞のことでバツをもらってきたときの親も，同じ問題をもつ。

この小学校教員・親は，いまの時代は，ネットの中に答えを求めようとする。即ち，「かけ算の順序」で検索をかけるわけである。
そして，雑多な文言の山を目の前にする。
また，少し仔細に見ていく中で，この「かけ算の順序」はずっと論争されてきたテーマであるらしいということがわかってくる。

そこで，どの意見につけばよいのか？という問題になる。
そして，いちばん上位にいそうな者をさがす。
上位にいる者は，大衆を「愚か」と言ってのける者であるはずだ。
そこで，「あたまが悪い」の言い方で一刀両断する者に出会うと，様子見でこれに付き合ってみようかとなる。

しかし，この方略はダメである。

実際，「かけ算の順序」の問題は，学識がある程却って「あたまが悪い」という言い方ができなくなる。学識は，問題の構造の理解と，《「あたまが悪い」という言い方が起こる精神構造・メカニズム》の理解に向かうのみである。そして二つ合わせて，問題は「あたまが悪い」の話ではないということを理解するのである。

こうして，「かけ算の順序」の新参者には，「かけ算の順序」の言説の状況・地理の解説が必要になってくる。（本論考は，この解説をつくろうとするものである。）

1.2　数学は，かけ算に順序がある

結論を最初に述べる。
数学は，かけ算に順序がある。
「かけ算の順序」論争は，「*かけ算に順序がある*」と「*かけ算に順序はない*」の論争であるが,「かけ算に順序はない」を唱えている者は，単純に，「かけ算の順序」の数学を知らないか，あるいは理解できないのである。

ここで，＜「かけ算の順序」の数学を知らない・理解できない＞には，つぎの別がある：

A.「かけ算の順序」の数学があることを知らない。
B.「かけ算の順序」の数学にアクセスしたいが，アクセスできない。
C.「かけ算の順序」の数学を理解できない。
D.「かけ算の順序」の数学に関わらないようにしている。

この区分を押さえておくことは，論者の位置付けをする際に便利である。

1.3　論争は，学校数学の「1あたり量 × いくつ分」をめぐって

学校数学の「かけ算の順序」は，「1あたり量 × いくつ分」である。
「かけ算の順序」論争は，「1あたり量 × いくつ分」に疑義が起こるところから始まる。
すなわち，「1あたり量 × いくつ分」に疑義をあげる者は，「なぜこの順序でなくてはならないのか？」と問う。
そして，この疑義は，妥当である。

しかしこの場合,「1あたり量といくつ分」の考え方は, 批判の対象になっていない。疑義をあげる者は，「1あたり量」「いくつ分」の考え方を受け入れた上で，「*なぜこの順序でなくてはならないのか？*」「*いくつ分 × 1あたり量 ではなぜダメなのか？*」と問うのである。

しかもこの論者は，つぎのステップで完全に誤る。すなわち，「*順序はどちらでもよい*」「*順序にこだわらなくてよい*」に短絡してしまうのである。
数学と違うことを唱えるわけである。

「*なぜこの順序でなくてはならないのか？*」がどうして「*どちらでもよい*」に行ってしまうのか？
論者に，＜「かけ算の順序」の数学＞という考えがないためである。
そして，＜「かけ算の順序」の数学＞という考えがないのは，これに出会って学習するということがなかったためである。

さて，「どちらでもよい」の疑義には，遠山主義者がリアクションする役回りになる。この疑義が自分の否定になるものだからである。

このとき，良質な遠山主義者は，この疑義を正しく「*なぜこの順序でなくてはならないのか？*」の問いとしてとらえる。そして，この問いが遠山主義の根幹を射るものであることを見て取る。実際，「１あたり量 × いくつ分」のこの順序には，論理がないからである。
この遠山主義者は，遠山の著作に答えを求めようとする。しかし，答えは見つからない。
却って，遠山の杜撰を見て取ることになる。

実際，「かけ算の順序」の論難は，遠山の杜撰のつけである。
遠山は，当時の日教組の教育運動の中で，学校数学の現行に対立軸を立てることを自らに課した。アイデアは，《数学を唯物論の上に立てる》である。そして「数と量」において，「量」を唯物の側に引き寄せ，「数」を「量」の抽象ということにした。
このとき，数の積は，量の積の抽象でなければならない。しかし「量の積」というものはない。よって「量の積」を無理矢理編み出さねばならなくなる。
これが，「１あたり量 × いくつ分」である。また，このときの二つの量の異質に対しては，「内包量と外延量」という説明を用いた。
奇妙な論ではあるが，これが広く受け入れられることになる。

「１あたり量 × いくつ分」は，理由を問うものではない。なぜならこれは，唯物の側の事態だからである。
唯物の側の事態は，つべこべ言うことではない。それは，存在 / 自然 / 宇宙の事実なのであるから。

このように，唯物論は，理由付けに蓋をしていける便利なものである。
ただし，これを共通言語にしている者の中では。
遠山啓は，裸の王様になっていた。
そして「*王様は裸*」を言われることになる。
「１あたり量 × いくつ分」の順序への疑義は，「*王様は裸*」を言っているのである。

まとめ
「かけ算の順序」論争は，つぎが基本の構図になっている：

1. 「１あたり量 × いくつ分」に対する「*なぜこの順序でなくてはならないのか？*」の論難に，遠山主義者は答えを返せない。
2. 「*なぜこの順序でなくてはならないのか？*」の論難をする者は，「*順序はどちらでもよい*」「*順序にこだわるのはよくない*」の結論に短絡する。
3. 両者は，「１あたり量といくつ分」の考え方をする点では同じ。
4. 両者において，＜「かけ算の順序」の数学＞は意識に上らない。

1.4 論争は , 遠山主義対モンスター ――数学のない論争

「かけ算の順序」論争は，つぎの２つの思考回路の間の論争である：

A. 遠山の「１あたり量 × いくつ分」を自分の立場とする遠山主義
B.「*１あたり量 × いくつ分 は，なぜこの順序でなくてはならないのか？*」から「*かけ算に順序はない*」に短絡するモンスター

A. **遠山主義**

学校数学 / 文科省 / 遠山主義の「かけ算の順序」に対する有効な論難の形は，「*１あたり量 × いくつ分 は，なぜこの順序でなくてはならないのか？*」である。

遠山主義者は，この論難に答えることができない。なぜなら，「１あたり量 × いくつ分」は遠山啓から出てきているからである。
「*遠山啓がそう言っている*」と答えたら，それは遠山啓を教祖に頂く遠山教になってしまう。

遠山啓が「１あたり量 × いくつ分」としたのは, 単につぎが理由である:

数学でのかけ算の立式と順序において一致するのは,
１あたり量 × いくつ分 であり, いくつ分 × １あたり量 ではない。

しかし，遠山啓は《唯物論の立場から，量を唯物の側におく》をタテマエにしてしまった。「１あたり量 × いくつ分」は，これから数の積が抽象されるところの＜存在の事実＞という位置付けになるのである。
そしてこのときは，上の論難に対してはつぎのように返すしかない：

「*＜存在の事実＞は，１あたり量 × いくつ分 であって，*
いくつ分 × １あたり量 ではない。」

しかしこれは，論難者からさらにつぎのように返されることになる：

「*わたしには，そんな＜存在の事実＞は見えないぞ。*
それが見えるというあんたは，いったい何ものなのか？」

数学は，このタイプの論難とは無縁である。
なぜか？
先ず，積の定義において「× の前後の２数の順序」が定められることになるが，これは＜取り決め＞である。＜取り決め＞によって，「× の前後の２数の順序」が決まる。そして数学は，「*この＜取り決め＞を受け入れるときは，この＜取り決め＞から推論で導かれることも受け入れなさい。*」となる。
かけ算の文章題での積の立式は，推論である。そして推論から導かれる積の２数の順序――この意味での「かけ算の順序」――は，一意に決まる。「*どちらでもよい*」にはならない。
また，積の交換法則の話が出てくるのは，立式のつぎの段階であるところの＜計算＞においてである。
モンスターのモンスターたる所以は，以上の＜数学の方法＞を知らないことである。

B. **モンスター**

本論考でいう「モンスター」には，否定的な意味はない。勝手を知らない場で行為を余儀なくされるとき，ひとはだれでもモンスターになる。
特に，「モンスター」には，「愚」とか「わがまま」の含意はない。その場の勝手を身につけている者が, これを「愚」「わがまま」にするのである。

「*1あたり量 × いくつ分 は，なぜこの順序でなくてはならないのか？*」から「*かけ算に順序はない*」に短絡するのは，数学の場においてモンスターである。
このモンスターは，「かけ算の順序」の数学ないし数学における論理の方法論（「命題論理」「述語論理」というときの「論理」）を知らないためのモンスターである。

「*かけ算は可換，よってかけ算に順序はない*」タイプのモンスターもいる。
これは，つぎのことを知らないためのモンスターである：

(1)「×」の定義
(2)「可換」の定理
(3) 定義と定理の位置関係

(1)「×」の定義

「×」の定義は，これから数の系（Ｎ，＋，×) に仕上げていこうとする集合Ｎに対し積の記号「ｘ」を導入するものである。
これは，つぎのような記述になる：

> 定義：
> Ｎの二つの要素m，ｎに対し，Ｎの要素［ここに対象式を記述］を m × ｎ で表し，これをmとｎの積と呼ぶ。
> また，Ｎ×ＮのＮへの写像：(ｍ，ｎ) ├──→ ｍ×ｎ を，Ｎの乗法と呼ぶ。

(2)「可換」の定理

積の可換の定理は，つぎの記述になる：

> 定理（積の可換性）
> Ｎの二つの要素m，ｎに対し，つぎが成り立つ：
>
> ｍ×ｎ ＝ ｎ×ｍ
>
> 証明：････

(3) 定義と定理の位置関係

上の定義と定理に見るべきは，「可換」は「かけ算の順序」をいったん決めてから導入するようになるということである。
「順序のないかけ算」の定義は，ない。

数学者も，以上のモンスターになり得る。
実際，数学者であることは，＜算法の数学＞を修めていることを意味しない。
もっとも，数学者であって「かけ算に順序はない」を唱えるというのは，普通のことではないとしてよい。

モンスターになるのは，＜数学を使うことが得意＞，＜学校での数学の成績がよかった＞で以て「*自分は数学ができる*」の思いになっている者である。「*自分は数学ができる*」が「*算数の内容など自分には他愛のないものである*」になり，モンスターをやってしまうのである。

「*自分は数学ができる*」のタイプは，たいてい，「数学を知っている」と「数学を使う」の区別がついていない。数学教育に引き寄せて言えば,「わかる」と「できる」の区別がついていない。
実際，算数 / 数学科の授業において，「できる」生徒は「わかる」にこだわらない生徒である。
「わかる」にこだわる生徒は，授業の中では愚図な生徒になる。しかし，この愚図が，数学をする者の資質として大事なものになる。
逆に，「できる」生徒には，落とし穴が多い。

1.5「子どもがテストでバツ」の教育観が論争に交わる

(1) **「子どもがテストでバツ」のレトリック**

ネットで「かけ算の順序」の検索をかけると，「かけ算の順序」と「子どもがテストでバツ」をくっつける論によく出会う。
つぎが論者の主張である：

> 「*＜かけ算の順序にこだわる＞と＜子どもがテストでバツ＞を秤にかけてみよ。*
> *＜子どもがテストでバツ＞の方が重い。*
> *この道理が，あなたがたに分からぬわけではあるまい。*」

そして論者は，この主張によって，同時に自分の学校教育観・「バツ」観を現すことになる。

(2) **＜数学を学ぶ＞は＜数学道をする＞**

勉強は，道を行うことである。
数学を学ぶことは，柔道や剣道をすることと同じであり，一つの道を行うことである。＜数学を学ぶ＞は＜数学道をする＞である。

全国大会級の運動部員は，学校の通常の科目履修を免除される。
なぜか？
それの練習（＝その道の勉強）に努めることが，道を行うこととして，科目履修と等価だからである。

なにごとでも，勉強するときは，それを道として行う。
道として行っていない勉強は，未だ勉強になっていない。

道は，形 (かた) の道である。
ゴールの形があると見なして，それに到達しようとする。これが勉強である。
形へのこだわりが，勉強である。
勉強の第一義は，形へのこだわりである。

こういうわけで，つぎのレトリックがすんなり心に落ちる者は，「勉強」の意味がわかっていない者である：

> 「*＜かけ算の順序にこだわる＞と＜子どもがテストでバツ＞を秤にかけてみよ。*
> *＜子どもがテストでバツ＞の方が重い。*
> *この道理が，あなたがたに分からぬわけではあるまい。*」

このレトリックは，つぎのレトリックと相通じるところがある：

> 「*＜徒競走の順位にこだわる＞と＜ビリの子どもをつくる＞を秤にかけてみよ。*
> *＜ビリの子どもをつくる＞の方が重い。*
> *この道理が，あなたがたに分からぬわけではあるまい。*」

これを言う者が，いちばん順位にこだわっている。

このとき，＜走り＞は，道である。
徒競走の順位は，勉強の進捗を知るために活用するものである。
特に，勉強の進捗を知るために活用する＜ビリ＞に，否定的な意味はない。
しかし，＜ビリ＞に否定的な意味を付ける者が出てくる。人道主義を装うことが好きな者が，それである。

(3) 教えるとはバツをつけること

「かけ算の順序」がわかるようになるためには，それの勉強をしなければならない。
勉強の形は，何度もバツをつけられることである。
バツを何度もつけられることを通じて，「かけ算の順序」はわかるようになる。

翻って,「かけ算の順序」の指導は, 必要なだけバツをつけることである。
もし 100 回バツをつけることが必要なら，100 回バツをつけねばならない。
バツのつかないことは，「おめでとう」ではない。

もし生徒が何度もバツをつけられるというふうになっていないとしたら，それは何度もバツをつける指導を教師がしていないからである。
何度もバツをつける指導をしていないのは，何度もバツをつける指導を行なえないからである。
その教師に指導力がないからである。

「*かけ算の式の順序にこだわってバツをつけるのはやめるべき*」は，間違いである。「*かけ算の式の順序にこだわってバツをつけるべき*」が正しい。

ただし「*かけ算の式の順序にこだわってバツをつけるべき*」では，学校

数学の「かけ算の式の順序にこだわる」が数学になっていないことが問題になってくる。
学校数学の内容で「かけ算の式の順序にこだわる」をやられるのは，生徒にとって被害である。
この意味では，「*かけ算の式の順序にこだわってバツをつけるのはやめるべき*」は一面正しい。
なぜ「一面」であって「全面」ではないのか？
「*マルをつけろ*」というふうにもならないからである。

1.6　各様モンスターが論点を攪乱

「かけ算の順序」論争は，つぎの２つの思考回路の間の論争である：

A. 遠山の「１あたり量 × いくつ分」を自分の立場とする遠山主義
B.「*１あたり量 × いくつ分 は，なぜこの順序でなくてはならないのか？*」から「*かけ算に順序はない*」に短絡するモンスター

そしてこの基本構図に，＜論点の攪乱＞といった格好で，各様モンスターが彩りをつけていく。
例として，ここでは特に目立つ二つのタイプのモンスターを，以下に示す。

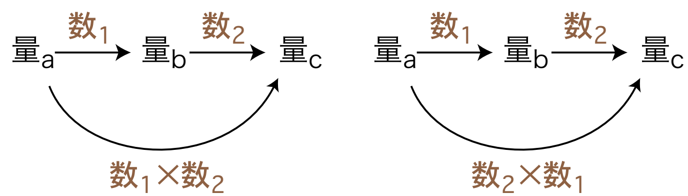
(1)「いくつ分 × １あたり量 の順序もあり」の理屈がモンスター

例えば，言語相対論を持ち出してくるモンスター：

> 「*作用の記述「Aに，Bを作用させる」は，別の言語では「Bを作用させる，Aに」の並びになる。*
> *かけ算の順序は，これと事情が同じだ。*
> *だから，かけ算に順序はない。*」

このモンスターの所以は，つぎの２つ (定義と推論) の区別を知らない，あるいは区別できないことである：

A. 記号「×」の定義──つぎのどちらを「×」の文法にするか：



B. 推論が積の式を導く

記号「×」をはさむ２数の順序が任意になるのは，A の場面である。この場面だと，順序の＜取り決め＞の恣意性を議論することが意味をもち，言語相対論にも出る幕がある。
しかし，「×」の文法をいったん取り決めたら，以降，この取り決めを遵守することになる。 ——数学とはこういうものである。
そして，推論が積の式への還元であるとき，「×」をはさむ２数の順序は一意に定まる。
(→ 問題の論理的還元——例：「3×2」の立式の場合)

(2) **「こだわるべきではない」のことばの使い方がモンスター**

「かけ算の順序」論争が論争であるならば，それはかけ算の順序が＜ある＞と＜ない＞の間の論争である。しかし現前の論争は，＜ある・ない＞をきちんと言い切るということがない。
＜ある・ない＞をきちんと言い切るとは一つの理論を示すことであるが，理論レベルで＜ある・ない＞を主張しているわけではないので，こうなるのである。

そこで，どんなもの言いになるか？
「*順序にこだわるべきではない*」のもの言いになるのである。

「こだわる」は，この「かけ算の順序」論争の場合だと，本来つぎのように使うことばである：

「*かけ算の順序は＜ある＞と＜ない＞のどちらが正しいのか？に，こだわりをもつ。*」
「*正しいのはこの立場であるが，この立場が択られるかどうかについてはこだわらない。*」

そして，このときの「正しい」は，数学の上で決着される「正しい」である。

しかし，「かけ算の順序」論争には，数学がない。
数学をもっていないので，順序の＜ある・ない＞が言えない。
そこで，「*こだわるべきではない*」を，便利な言い回しとして使う。
そして，このことばの用い方がおかしいことに，自分では気づかないのである。

1.7 学校数学の「1あたり量 × いくつ分」はずっと続く

学校数学の「1あたり量 × いくつ分」の問題は，「*いくつ分 × 1あたり量* でもかまわない」ではない。学校数学の「1あたり量 × いくつ分」の問題は，「*かけ算はこれではない*」である。
「1あたり量 × いくつ分」は，端的に間違いなのである。

しかし，学校数学の「1あたり量 × いくつ分」は，ずっと続く。
なぜなら，変わる契機が存在しないからである。
すなわち,「変える」を号令する者が現れる契機が存在しないからである。

変える作業をするのが組織であっても，「変える」の号令は一人から出るしかない。組織の全員がある時「変える」を唱和し出すということは，ないのである。そして,「変える」の号令を出す一人は, 社会構造の上で, 存在しない。

重要： 学校数学の「かけ算の順序」を論ずる場合，学校数学の「1あたり量 × いくつ分」がずっと続くということを，先ずアタマに入れておかねばならない。

1.8 論争の選手交代

「*1あたり量 × いくつ分 は，なぜこの順序でなくてはならないのか？*」の論難に，遠山主義者は答えを返すことができない。

> 論難：「*「1皿にリンゴ2個では3皿で何個？」の問題に対し，わたしは「いくつ分 × 1あたり量」のつもりで「3× 2」と立式する。なんとなれば,「×」を間にはさんだ「1あたり量」と「いくつ分」の二通りの並べ方では，どちらが正しいという理屈が立たないからである。*」

そこで，遠山主義者は，「*かけ算の順序はどちらでもよい*」「*かけ算の順序はこだわらないでよい*」になる。
論難は，相手を失う。

また，「かけ算の順序」論争の進展がどうであろうと，学校数学の「1あたり量 × いくつ分」はずっと続く。論難は，独り相撲になる。
論難は，自ら飽きる。
実際，論難は，相手をもてなければ，自ら飽きるしかない。理論として立てられるものを自分では持っていないからである。

こうして，論争の両サイドで，論者が退いていくふうになる。

しかし，論争に参入する新人が，つねに出てくる。
そして，同じことが繰り返される。

論争は，延々と続く。

1.9　世代忘却による論争再開

論争は，世代忘却される。
そして，あるきっかけで，論争が再開される。

このときの再開は，前の世代の遺産・蓄積の上の開始ではない。
ゼロからの開始である。
そしてそのうち，《過去にもこれと同じことがあった──過去にあったことをいままた繰り返している》に気づかされていく。

1.10　論争は，いずれかに与するといったものではない

「かけ算の順序」論争は，数学のない論争である。
図式としては，遠山主義とモンスターの論争である。
どちらかに与するというものではない。

学校数学は，遠山主義に与している。
これは，かけ算の立式が数学でのかけ算の立式と同じになることが，せめてもの救いである。

学校数学がモンスターの側に与することは，いまも将来もないが，二者択一の仮想においても，モンスター側に与するものではない。
「かけ算に順序はない」の反数学，そして＜理論がない＞に与するということが，モンスターの側に与するということだからである。

2.「かけ算の順序」とは？

2.1「かけ算の順序」問題

「かけ算の順序」論争は，＜かけ算の文章題に対しかけ算の式を立てるときの ,「×」をはさむ２数の順序＞の論争である。「順序がある」と「順序はない」が論争する。

数学では，文章題にかけ算の式を立てるプロセスは，文章題を数の積に還元する推論である。
このとき，数の積の２数の順序は一意に決まる。「どちらでもよい」とはならない。

→ 問題の論理的還元

翻って, この数学を知らなければ,「かけ算の順序」のモンスターになる。

「順序がある」を言うのは，かけ算を「１あたり量 × いくつ分」の抽象とする立場であり，これは遠山主義である。
「順序はない」の方には，理論がない。「１あたり量 × いくつ分」への論難を「かけ算に順序はない」に短絡してしまうモンスターである。

2.2「かけ算の順序」の数学と学校数学

「かけ算の順序」論争に対して適切なスタンスがとれるためには，＜「かけ算の順序」の数学＞を押さえている必要がある。しかし，この数学は，学校数学 / 文科省に慣らされたアタマには，ひじょうに抵抗感のもたれるものになる。しかも，この数学の要点になるところがまさに，抵抗感のもたれるところである。
以下，＜「かけ算の順序」の数学＞受容においてクリアしていかねばならないステップを述べる。

＜「かけ算の順序」の数学＞受容の最初のステップは, 例えば「２m (メートル)」に対する「mの２倍」の分析を受け入れられることである。この分析は，「ある量の何倍」の形の量表現から数を分離する分析である。

「２m」に対する「mの２倍」の分析を受け入れられるとは，つぎを受け入れられるということである：

1. 量を，ある量の何倍で表現する。
2. 何倍の表現になるものが，数である。

そしてこれを受け入れられるということは，自然数の先の分数，正負の数，複素数でも，これに対応する「量」および「量表現のしくみ」を考えられるということである。

しかし, 学校数学 / 文科省に慣らされたアタマには,「２m」に対する「mの２倍」の分析はひじょうに抵抗感のもたれるものになる。
学校数学では,「２m」の分析は「１mの２倍」になる。このときの「１

m」は「mの１倍」へは進まない。「１m」が出て，分析の終了となる。本来なら,「１mの２倍」の分析の仕方に対しては,「１m」の「１」と「２倍」の「２」に異質な「数」を見て，どう折り合いをつかるかでアタマを悩ますところである。しかし，「mの２倍」の形の分析に対する抵抗感の方が勝って，「１mの２倍」の考え方が択ばれるふうになる。

＜「かけ算の順序」の数学＞受容のつぎのステップは，「m倍とｎ倍の合成」の考え方を受け入れられることである。
「m倍とｎ倍の合成」を考えることは，「量**q**のm倍のｎ倍」を考えることと同じではない。「m倍とｎ倍の合成」は, 数学では「作用 / 関数の合成」の主題になる。
「m倍とｎ倍の合成」の考え方を受け入れられるとき，「量**q**のm倍のｎ倍」は「量**q**の＜m倍とｎ倍の合成＞倍」と見られるものになる。

ここで, 量**q** と数ｎに対する「**q**のｎ倍」を, $\mathbf{q}_{\times}n$ と表すことにする。

＜「かけ算の順序」の数学＞受容の最後のステップは，「m倍とｎ倍の合成」の表記として「m × n」を受け入れられることである。すなわち, つぎの式を「×」の文法を定めるものとして受け入れられることである：

$$(\mathbf{q}_{\times}m)_{\times}n = \mathbf{q}_{\times}(m \times n) \qquad (\mathbf{q}：量)$$

そしてこれを受け入れられるということは，自然数の先の分数，正負の数，複素数でも，つぎの考え方ができるということである：

1.「×」の文法を運用する。
2.「×」の文法を実現する形として，数の積の定義式を理解する。

学校数学 / 文科省に慣らされたアタマには，このステップがいちばん抵抗感のもたれるものになる。 ――実際，このステップは，拒絶する者がほとんどというふうになる。
学校数学は, 数の積は「(1 あたり量) × (いくつ分)」の抽象だと教える。
例えば「２× ３」は, これの前に「(１皿あたり２個のリンゴ) × (３皿)」のような事態が存在して, これの抽象が「２× ３」だ, ということになる。
本来なら，「×」記号の前と後で数の意味合いが変わってしまうことに違和感を感じたり，数が３つ以上連なった (２× ３)×4 ないし ２×(３×4) の式の意味づけにアタマを悩ますところである。また，「(１皿あたり２個のリンゴ) × (３皿)」の「×」は何だ？ということになり，「抽象」の論法に循環論法を感じるふうになる。
しかし，「２倍と３倍の合成」の表記として「２× ３」を受け入れることとの抵抗感の方が勝って,「(１皿あたり２個のリンゴ) × (３皿)」の抽象」の方が択ばれることになるのである。

2.3「かけ算の順序」の学校数学と遠山主義

学校数学の「かけ算の順序」は，「1 あたり量 × いくつ分」である。
「1 あたり量 × いくつ分」は，遠山主義の＜数は量の抽象＞の内容になるものである。

　註：数学は，＜数は量の比＞である。

＜数は量の抽象＞の立場では，数の積は「量の積」の抽象でなければならない。そこで,「量の積」を作為する。これが,「1 あたり量 × いくつ分」である。
そしてこのとき「1 あたり量」を量にするために導入される概念が,「内包量」である。 ──これが，「内包量」の出自である。
これらの作為は非数学であり，無理矢理の作為である。──引っ込みがつかなくなってやった作為である。

3.「かけ算の順序」論争のとらえに必要な知識と留意点

3.1　論争の構図の理解

「かけ算の順序」論争は，つぎの二つの立場の間の論争である：

A. 積の二数は ,「1 あたり量 × いくつ分」の順序で並べねばならない。
B. 積の二数の順序は，ない。

そしてこの間に，

C. 積の二数の順序は，こだわるべきでない。
D. 積の二数の順序は，こだわらなくてよい。

が入ってくる。

これらは, 数の積を「1 あたり量」と「いくつ分」の積とすることでは, 一致している。
特に,「かけ算の順序」論争は「かけ算の順序」の数学と無縁である。

A は，遠山主義である。
B は，モンスターである。
C は,「順序はない」の中途半端な形であり，逃げをつくった形である。
D は,「1 あたりいくつ × いくつ」の順序に自信をもてなくなった遠山主義である。

3.2「かけ算の順序」の数学の理解

だれかにつくというのではなく，自分の足で立つことを望む者は,「かけ算の順序」の数学の勉強が必須になる。実際,「かけ算の順序」は数学であるから，これを知らないで自分のスタンスを定めるなどは話にならない。

→『「かけ算の順序」の数学』

3.3　学校数学の歴史と遠山主義についての知識

「かけ算の順序」の言説の多くが論争の言説であり，そしてこの論争の大もとにイデオロギーがあるということを，知っておく必要がある。そしてこのことを知るとは，このイデオロギーに対する知識をもつということである。

戦後，それまでの抑圧体制への反動から，社会主義をイデオロギーとする体制改革の運動が起こる。社会主義国家の崩壊を経たいまの時代の世代には考えにくいであろうが，その時代は「革新」イコール社会主義だったのである。この時代背景をよく理解していなければ，「かけ算の順序」のイデオロギーの問題をひどく捉え損ねることになる。

この体制改革運動の中に，教育改革の運動がある。
運動の方針は，教育の社会主義的改造である。
そして運動の中心になったのが，ときの日教組である。

教育改革運動は，教科網羅的に進められる。
この運動は，社会科において最もわかりやすく示される。唯物史観による歴史の再解釈とか，社会問題に対する「階級支配・階級闘争」の解釈等である。
一方，算数科は，わかりにくい部類に入る。社会主義のイデオロギーの出自のうちにマルクスの哲学があるが，この哲学に＜唯物論＞がある。
算数科では，＜唯物論的組み替え＞が運動の形になった。
特に，＜数は量の抽象＞の立場からの数の意味・数の計算の理由づけが進められる。＜数は集合の基数＞みたいな論も起こり，これもいまも生きている。
ちなみに，数学では＜数は量の比＞になる。

「かけ算の順序」論争は，＜数は量の抽象＞を土俵にしている。
論争は延々と続いているが，延々と続けていられるのは，土俵にしている＜数は量の抽象＞が，もともと数学として間違っているからである。
実際，間違った土俵では，何でもありになる。モンスターもここでは同格になる。

翻って，論争する者は，この土俵を守る者である。土俵を失ったら，論争できないからである。
土俵を失わせるものは，数学である。「かけ算の順序」の論争を続けられるためには，数学と交わらないようにしなければならない。
こうして，「かけ算の順序」の論争をする者は，数学に対して自閉する者である。

ところで，学校数学には，数学として間違いの＜数は量の抽象＞がおさまっている。すなわち，算数科では，教育改革運動が勝利したのである。しかしこの勝利は，「歴史の間違い」みたいなもので，勝利した側にとっても本来喜ぶことのできないものである。数学でないものを数学として教えることになるので，学校数学はひどい奇形を余儀なくされる。しかも，現実問題として，いまから数学の＜数は量の比＞に返ることはできそうもない。

＜数は量の抽象＞を立場にするとき，「かけ算の順序」の問題は自ずと起こることになる。すなわち，＜数は量の抽象＞で「かけ算の順序」を

問題にすれば，それは自己撞着になる。そしてこれは，数学でないものを数学としてやったための必然的奇形の一つに他ならない。

＜数は量の抽象＞は，遠山啓を教祖とする。そこで，「かけ算の順序」で論争する者は，遠山啓が遺した文献に解決を求めようとする。しかし，そこに解決はない。――教祖は，自分の論の自己撞着を自ら示す立場にない。

遠山啓のうちにも，「数学でないものを数学としてやったための奇形」という問題が起こっていなければならない。ここが，「かけ算の順序」のイデオロギーを考えるときのいちばんの要点になる。

＜数は量の抽象＞を立場とする者は，遠山啓を無謬の者にしている。最初のことばで真理を発したというわけである。
実際には，遠山啓は「数学でないものを数学としてやったための奇形」にすぐに気づく者になる。数学者の資質とはそういうものである。
しかし，＜数は量の抽象＞を立てる論争の中で，＜数は量の比＞の側をあたまが悪い者にしてしまった。しかも，もう教祖にされてしまっている。
遠山啓については，「＜数は量の抽象＞を唱えた遠山啓」に続く「引っ込みのつかなくなった遠山啓」のステージを考えねばならないのである。

→『「かけ算の順序」のイデオロギー』
→『「かけ算の順序」論争――延々と続けられるわけ』

3.4　学校数学が変われない力学の理解

学校数学は，《これまでやってきたことは間違っていて，これからやっていくことが正しい》みたいになってしまう内容変更は，できない。
なぜか？
自分や自分の先達を，＜間違いを教えてきた者＞にしてしまうからである。自分や自分の先達を，責任が問われ，＜間違いを教えられてきた者＞に対する償いが問われる立場に，立たせることになるからである。
翻って，学校数学が変われるのは，ごまかしや知らぬふりが通じるレベルのことにおいてである。

この理由から，これまで「1 あたり量 × いくつ分」で教えられてきたかけ算が, 数学の「倍の倍」に改められるということは, まずあり得ない。

一方，かけ算の順序を「1 あたり量 × いくつ分」で教えてきたこれまでを，モンスターの「かけ算に順序はない」に変えるのは，ごまかしや知らぬふりのレベルでわりとできてしまうところがある。
したがって，それがモンスターだからといって「かけ算に順序はない」に対し寛容なのも，考えものである。

註：本論考はこれまで「1 あたり量 × いくつ分」の方を重点的に論じてきたが，これからはモンスターに対しても応分の取り上げ方をしていくことにする。
(→『「かけ算の順序」のモンスター』)

3.5　数学の「なぜ」が専門性であることの理解

「かけ算の順序」論争は，つぎの二つの立場の間の論争である：

A. 積の二数は,「１あたり量×いくつ分」の順序で並べねばならない。
B. 積の二数の順序は，ない。

「１あたりいくつ × いくつ」は，遠山主義である。
(→『「かけ算の順序」のイデオロギー』)

「かけ算の順序はない」を言う者は, 積の立式を自明としている者である。
すなわち,

「一皿リンゴ２個が３皿なら，全部でいくつ？」
「タテ２cm ヨコ３cm の長方形の面積は？」
「時速２kim で３時間ならどれだけ進む？」

に対する「２× ３」の立式を,「なぜ 'x' なのか？」の問いをもたずに, やってしまう者である。
これは，数学におけるモンスターである。

学校数学では，「なぜ」抜きで立式できる子が「できる子」になる。
子どものとき「できる子」であり，そしてそのまま大人になっていれば,
「2× ３」の立式を「なぜ 'x' なのか？」の問いをもたずにやる者になっている。
かれらは，《この問題にはかけ算を立式する》がアタマに入っていて,
理屈ではなく形式感覚でかけ算を立式する。
このような大人が，「かけ算の順序はない」を言う。

これは，識者・学者であっても変わりはない。

実際には，「2× ３」の立式を「なぜ 'x' なのか？」の理由を以て行うとき，二数にはきちんと順序がつく。
(→『かけ算の順序の数学』§ 問題の論理的還元)

「かけ算の順序はない」を言う者は，ほんとうは，つぎのように言っているのである：

「積の立式は自明であり，考えることではない。
実際，わたしは 'x' の意味は何か？など，考えたことがない。
そしてこれまで，ずっとうまくやってきている。
わたしを見よ。」

数学から見れば，遠山主義も「積の立式は自明であり考えることではない」も大差ない。すなわち，数学を見ないようにしている点では同じである。
そしてこの意味で，かれらは学校数学にとって困った存在になる。
両者は, 学校数学を数学から考えようとせず, 自分の＜思いつき＞で引っ張っていこうとする。

「なぜ 」の問いを，自明と思ってはならない。
「なぜ」の問いを立てられることは，一つの専門性である。
学校数学の内容について，ふつうの者は「なぜ」の問いを立てられない。

こういうわけで，ひとが学校数学の内容を論ずるとき，そこには「なぜ」がない。

それは，＜思いつき＞の主張になる。
ひとの＜個の多様性＞に応じて，多様な＜思いつき＞がそれぞれ主張し合うふうになる。
議論 / 論争が延々と続けられる模様になるわけである。

3.6　論者の多様性の理解

「かけ算の順序」論争の論者は，タイプが一様でない。
実際，一様でないから，議論が空中戦模様になり，議論を延々と続けていられる。

論者のタイプが一様でないことを知らないでいると，ネットの中で溺れてしまうことになる。あるいは，不用意にこの論争の中に飛び込んでしまうことになる。
そうならないために，「かけ算の順序」論争の論者のタイプをとらえておくことが必要になる。

3.7　論争における人間心理の理解

「かけ算の順序」の数学を知らないで自己主張すれば, モンスターになる。
自分を一丁前に思っている者は, 一刀両断をやってしまい, あとからみっともないふうになる。
ひとからみっともなく見られるのを免れたい心理は, 自閉や＜引っ込みがつかない＞の行動に進ませる。

（→「かけ算の順序」論争における人間心理）

おわりに

『「かけ算の順序」論争 概説』と題した本テクストは，これで終わりとする。

本テクストには，「概説その２」の位置づけで『「かけ算の順序」論争——延々と続けられるわけ』が続く。これは, 本テクスト『「かけ算の順序」論争 概説』の内容のパラフレーズといった趣きのものである。

概説の後には，つぎの各論が続く：

『「かけ算の順序」の数学』
『「かけ算の順序」のイデオロギー』
『「かけ算の順序」のモンスター 』

しかし，読者には，先ず『「かけ算の順序」の数学』の内容を押さえて欲しい。
数学で鍛錬された経験のない読者には，これを読み進むのはかなり難い。
しかし，この数学を知らないで，「かけ算の順序」は論じられないのである。
実際, この数学を知らないで「かけ算の順序」は論じる者は, モンスターになる。

註：本論考は，つぎのサイトで継続される (これの進行に応じて本書を適宜更新する)：

http://m-ac.jp/me/instruction/subjects/number/composition/outline/

宮 下 英 明 (みやした ひであき)

1949 年，北海道生まれ。東京教育大学理学部数学科卒業。筑波大学博士課程数学研究科単位取得満期退学。理学修士。金沢大学教育学部助教授を経て，現在，北海道教育大学教育学部教授。数学教育が専門。

図解　現職教員・教員養成コース学生＆数をわかりたい人のための

「かけ算の順序」論争がわかる本 (1)

「かけ算の順序」論争 概説

2012-01-17　初版アップロード (サーバー：m-ac.jp)

著者・サーバ運営者　宮下英明

サーバ　m-ac.jp

http://m-ac.jp/

m@m-ac.jp