

探求

現職教員・教員養成コース学生のための
「数学の勉強は何のため？」シリーズ(2)

学校数学「無用の用」論

北海道教育大学教授
宮下英明 著



学校数学「無用の用」論

本書について

本書は、

<http://m-ac.jp/>

のサイトで書き下ろしている

『学校数学「無用の用」論の方法』

を PDF 文書の形に改めたものです。

文中の青色文字列は、ウェブページへのリンクであることを示しています。

序

《学校数学を行っているのは、学校数学を行う理由を持っているからである。》

道理としてはこうなる。

しかし実際はこうでないことが、「数学の勉強は何のため？」が問われたときの答えに窮することで、たちまち暴露される。

「数学の勉強は何のため？」は、数学教育学の基本中の基本、初歩中の初歩の問いである。実際、数学教育学の諸課題は、これの答えの上に立てられるべきものである。

しかし、答えは自明ではない。

個人にとって、学校数学は、理由を問題にする以前に、所与である。「数学の勉強は何のため？」に答えることは、所与にいまから理由をつけることである。

理由づけのことはをいろいろ試してみる。しかし、どうもしっくりこない。「自分は数学を勉強してきた。それがわたしのこの能力/傾向性をつくってきた。」を言えればよいのだが、言えないのである。

ここに、「数学の勉強は何のため？」に答えることを課題に立て、答えの論の探究に入ることになる。

「数学の勉強は何のため？」シリーズは、この探究のアウトプットを適宜オンラインブックの形で提供しようとするものである。

そして本テキストは、このシリーズの (2) である。

本論考は、「数学の勉強は何のため？」の問いに対する答えはつぎのものである他ないという立場をとる：

「数学で勉強した内容は、使うことがない。

勉強した内容も、忘れていく。

一方、この勉強は、成長の要素であり、必要である。」

形としてこれは、学校数学「無用の用」論である。

この「無用の用」論は、どのような形になるか？

本テキストは、これの探求である。

目次

0 導入	3
0.1 全体主題：「学校数学の勉強は何のため？」に答える	4
0.2 全体主題に対する本論考の位置づけ	5
0.3 本論考の構成	7
1 「数学の勉強は何のため？」の答えの形は、「無用の用」	13
1.0 要旨	14
1.1 「学校数学の内容を自分は使わない」は、認めることに	15
1.2 「使わないから勉強しない」は、間違いとする	16
1.3 「無用の用」論へ	17
2 「無用の用」の説明の形は、「形式陶冶」	19
2.0 要旨	20
2.1 数学の勉強は、＜傾向性＞の風化造形	22
2.2 ＜傾向性＞の形成が、「形式陶冶」	24
3 「形式」とは何か？	27
3.0 要旨	28
3.1 形式は、「大きな概念」	29
3.2 形式の個依存性	30
3.3 「形式」の実感	31
3.4 形式と年齢の関係	32
4 数学が陶冶する形式は、どんなか？	35
4.0 要旨	36
4.1 数学が陶冶する形式の特徴	37
4.2 形（構造）指向，理論指向	39
4.3 普遍指向——「生きる力」指向とは逆	40
5 形式陶冶 = ＜数学を教える＞	43
5.0 要旨	44

5.1 「形式陶冶」の方法は、＜数学を教える＞	45
5.2 ＜数学を教える＞の「数学」の条件：「体系的」	46
5.3 古典的な「形式陶冶」の考え方が正しい	47
5.4 「数学的思考方 / 問題解決 / リテラシー」の違い	48
5.5 学校数学が「数学的○○」を拒むわけ	49
6 「学校数学 = ＜数学を教える＞」に不足はない	51
6.0 要旨	52
6.1 「数学を教える」に対する不足感には思考停止がある	53
6.2 「教える = わかる」	54
6.3 ＜数学を教える＞は、実質陶冶になる	55
6.4 「学校数学 = ＜数学を教える＞」に不足はない	56
7 ＜数学を教える＞に応ずる学習動機は、向学心	59
7.0 要旨	60
7.1 ＜数学を教える＞は、向学心を学習動機と定める	61
7.2 「数学的思考方 / 問題解決 / リテラシー」の学習動機との対比	63
8 ＜数学を教える＞の条件 (qualification/criteria)	65
8.0 要旨	66
8.1 ＜数学＞をわかっている	67
8.2 ＜教授 - 学習＞をわかっている	68
8.3 数学の学習喚起力をわかっている	69
8.4 ＜数学を教える＞は、熟練の技	70
8.5 授業の極意は、授業者が見えなくなること	72
9 おわりに——結論	74

本文イラスト， ページレイアウト， 表紙デザイン：著者

0 導入

0.1 全体主題：「数学の勉強は何のため？」に答える

0.2 全体主題に対する本論考の位置づけ

0.3 本論考の構成

0.1 全体主題：「数学の勉強は何のため？」に答える

《学校数学を行っているのは、学校数学を行う理由を持っているからである。》

道理としてはこうなる。

しかし実際はこうでないことが、「数学の勉強は何のため？」が問われたときの答えに窮することで、たちまち暴露される。

「数学の勉強は何のため？」は、数学教育学の基本中の基本、初歩中の初歩の問いである。実際、数学教育学の諸課題は、これの答えの上に立てられるべきものである。

しかし、答えは自明ではない。

個人にとって、学校数学は、理由を問題にする以前に、所与である。「数学の勉強は何のため？」に答えることは、所与にいまから理由をつけることである。

理由づけのことはをいろいろ試してみる。しかし、どうもしっくりこない。「自分は数学を勉強してきた。それがわたしのこの能力/傾向性をつくってきた。」を言えればよいのだが、言えないのである。

ここに、「数学の勉強は何のため？」に答えることを課題に立て、答えの論の探究に入ることになる。

0.2 全体主題に対する本論考の位置づけ

本論考は、「数学の勉強は何のため？」の答えの論考の一章である。

本論考は、つぎを立論しようとする：

数学で勉強した内容は、使うことがない。

勉強した内容も、忘れていく。

一方、この勉強は、成長の要素であり、必要である。

形としてこれは、学校数学「無用の用」論である。

学校数学の「用」をこの「無用の用」の形で立てようというのが、本論考の趣旨である。

本論考は、この「無用の用」を、つぎのように解釈する：

数学の勉強は、ある傾向性がつくられるためである。

そして、傾向性のでき方は、＜風化造形＞である。

すなわち、

数学の勉強は、＜堆積＞。

勉強した内容を忘れることは、＜風化＞。

このメカニズムが傾向性を現すプロセスは、＜風化造形＞。

このときの傾向性が、「形式陶冶」でいう「形式」である。

そこで上の解釈は、転調されてつぎのようになる：

学校数学の「無用の用」は、形式陶冶。

形式陶冶の方法は、＜数学を教える＞。

すなわち、つぎの結論になる：

学校数学 = 形式陶冶 = <数学を教える>

本論考は、さらに

<数学を教える> = 実質陶冶

を立てる。そこで、つぎの結論になる：

学校数学 = 形式陶冶 = 実質陶冶

こうして、本論考は、つぎの主張をするものになっている：

1. 「数学の勉強は何のため？」の答えは、「形式陶冶」。
2. 形式陶冶の方法の<数学を教える>は、実質陶冶になっている。
3. <数学を教える>に不足はない。— 学校数学 = <数学を教える>

0.3 本論考の構成

本論考は、以下の構成になる。

1. 学校数学の「用」は、「無用の用」

学校数学の「用」は、つぎの「無用の用」の形で立てるのみである：

勉強したものは、無くなるものである。

しかし、このことは、学校数学の「用」の内容である。

2. 学校数学の「無用の用」は、「形式陶冶」

「無用の用」は、つぎを要点とする：

勉強したものが無くなっていくことは、同時に、あるものを残していくことである。

この「あるもの」のつくられることが、学校数学の「用」になる。

そして「傾向性」が、この「あるもの」である。

「傾向性」は、「能力」も含む、射程の広い概念である。

「傾向性」は、「if(状況) — then(行動)」の形で機能的に表現される。

これは「形式」の表現になっており、「形式陶冶」の「形式」はこれにあたる。

よって、学校数学の「無用の用」は「形式陶冶」ということになる。

3. 「形式」とは何かの押さえ

ところで、「形式」は存在としてどのように考えることになるのか？

「形式」は、「規模の大きな概念」である。「形式」と「概念」の違いはニュアンスの違いであり、違いを感じさせているものは「大きさ」である。

形式の形成メカニズムの《堆積 → 中身が抜ける》は、個人の環境・経験値に依存する。したがって、形式は個依存である。

「形式」は、＜実感される＞がこれの存在のしかたである。

形式の実感は、年齢と関係するところがある。実際、加齢に伴い、形式行動が増える。またリアルな通時的比較の領域が広がる。そこで、「形式」の実感も増す。

4. 数学が陶冶する形式の押さえ

ここまでの行論で、学校数学の「無用の用」は「形式陶冶」ということになった。そこで、「無用の用」の立論は、つぎの論に進む：

数学の勉強で陶冶される「形式」は、どのようなものか？

数学の勉強は、数学という学問の特性から、＜普遍指向・形式指向・体系指向・論理指向・還元主義・構成主義の勉強＞というふうになる。これに依じて、普遍指向・形式指向・体系指向・論理指向・還元主義・構成主義の明晰性が、数学で陶冶される形式の特徴になる。

数学の勉強は、自ずと＜形（構造）＞の方法論の鍛錬、そして＜形（構造）の理論＞の方法論の鍛錬になっている。数学を素材にしたこの鍛錬

は、「形（構造）をとらえる力」「理論化する力」と呼べるような傾向性をつくる。

数学の勉強で陶冶される傾向性は、PISA/OECD が主題化するような「生きる力（＝今を生きる力）」とはむしろ逆のものになる。すなわち、「普遍指向」である：「ムードに流されない落ち着いた境地・達観」

5. 形式陶冶の方法は、＜数学を教える＞

形式は、勉強した数学の内容が自分のうちで無くなっていくことの一方で、自分のうちで残るものである。

実際、「無くすことで得る」が、＜成長＞の要諦である。

形式陶冶の方法は、＜数学を教える＞である。

翻って、形式の直接陶冶を教育にしようとする考え方は、間違いということになる。——「数学的思考方」「数学的問題解決」「数学的リテラシー」の類は、この錯誤をやっていることになる。

6. ＜数学を教える＞に対応する学習動機：向学心

＜数学を教える＞は、数学の「無用の用」が数学学習の意味である。特に、「数学は無用」を立場にする。そこで、つぎの疑問になる：

「このようなく数学を教える＞に対し、
学習動機は成り立つのか？」

これに対する答えは、つぎのものである：

「〈数学を教える〉に対応する学習動機は、向学心である。」

〈数学を教える〉は、専ら向学心 / 向上心を学習動機と定める立場である。

7. 「学校数学=〈数学を教える〉」に不足はない

〈数学を教える〉は、数学を〈使うもの〉として教える。

すなわち、〈数学を教える〉は実質陶冶になる。

〈数学を教える〉は、形式陶冶であり実質陶冶である。

この〈数学を教える〉に、不足はない

学校数学の当為全てが、これの射程に入ってくる。

逆に、〈数学を教える〉を不足のように受け取り、余計に作為するとき、学校数学の当為から外れていく。

8. 〈数学を教える〉の条件

〈数学を教える〉は、自明にしてかかると間違ふ。〈数学を教える〉の内容を主題化する論が続かねばならない。

これは、授業論・教師論である。

〈数学を教える〉は、授業者に求めるものが多い：

〈数学〉をわかっている

〈教授 - 学習〉をわかっている

数学の学習喚起力をわかっている

そして、〈数学を教える〉は熟練の技である。

授業者は、修行あるのみ。ショートカットは無い。

〈数学を教える〉論は定石論であり、「授業のアイデアいろいろ」ではない。

そして〈数学を教える〉の授業は、つぎが「授業の極意」となるようなものである：

授業者が消え、数学自らが語る。

1 「数学の勉強は何のため？」の答えの形は、 「無用の用」

1.0 要旨

1.1 「学校数学の内容を自分は使わない」は、認める
ことに

1.2 「使わないから勉強しない」は、間違いとする

1.3 「無用の用」論へ

1.0 要旨

「学校数学の理由」は、つぎの問いに対する答えとして述べられるものである：

「数学の勉強は何のため？」

ところで、この問いが実際に生徒から発せられるとき、その生徒の思いはつぎのようである：

「学校数学の内容を自分は使わない。

使わないのになぜ勉強させられるのか？」

「数学の勉強は何のため？」に答えるとは、この生徒の疑問に答えるということである。

この答えの形は、つぎのようになるのみである：

「学校数学の内容を自分は使わない。」は、認める。

「使わないから勉強しない」は、間違い。

なぜなら、学校数学の理由になっている学校数学の「用」は、道具の「用」ではないから。

これは、学校数学の「無用の用」を答えにするということである。

こうして、「学校数学の理由」の論考は、学校数学の「無用の用」の論考になる。

1.1 「学校数学の内容を自分は使わない」は、認めることに

「数学の勉強は何のため？」の問いは、学校数学の内容を自分が使うようになるとは思えないことから、発せられる。「2次方程式の解の公式が、自分にとっていったい何の役に立つのか？」というわけである。

このときの「使わない」に対しては、「そうだ」で応じるのみである。「そうではない」とは言えないからである。

実際、「数学の勉強は何のため？」の論点は、＜使う・使わない＞ではない。

1.2 「使わないから勉強しない」は、間違いとする

生徒の口から発せられる「数学の勉強は何のため？」は、つぎの訴えである：

「自分は数学を使うことがない。

数学の勉強で自分が苦しむのは理不尽ではないか。

使わないのだから、勉強しなくてかまわないはずだ。」

「それは間違い」で応じることになるのは、「使わないから勉強しない」に対してである。

実際、勉強の理由は、「使う」ではない。

1.3 「無用の用」論へ

「数学の勉強は何のため？」の答えづくりを、本論考は「学校数学の内容を自分は使わない」を認めるところから始める。その上で、「使わないから勉強しない」を間違いとする。こうして、学校数学「無用の用」論が、学校数学を理由づける論の形になる。

「無用の用」の最初の「用」は、「道具として用いる」である。

後ろの「用」は、「道具として用いる」ではない「用」である。

二つの「用」は、意味レベルを異にしている。

「道具として用いる」ではない「用」とは、どのような「用」か？

これを論ずることが、本論考の趣旨である。

2 「無用の用」の説明の形は、「形式陶冶」

2.0 要旨

2.1 数学の勉強は、＜傾向性＞の風化造形

2.2 ＜傾向性＞の形成が、「形式陶冶」

2.0 要旨

学校数学の理由は、学校数学の「用」で説明することになる。そして、この「用」は、学校数学の「無用の用」というものになる。(ここで、「無用の用」の意味は「道具として用いない」。)

学校数学の「無用の用」は、＜傾向性＞の形成である：

＜傾向性＞の形成は、「堆積と風化」のプロセスである。

数学を勉強することは、「堆積」である。

勉強した数学の内容は、自分のうちで消えて無くなる。これは「風化」である。

一方、この過程が＜傾向性＞をつくっていく。

勉強した数学の内容が自分のうちで消えて無くなることは、学校数学の「無用の用」である。

この過程が＜傾向性＞をつくっていくことは、学校数学の「無用の用」である。

そしてこの＜傾向性＞の形成は、「形式陶冶」のことばの指しているものである：

一般に、「傾向性」は「if(状況) — then(行動)」の形で機能的に表現される。

「if(状況) — then(行動)」を＜形式＞と見るとき、傾向性陶冶は「形式陶冶」である。

つぎが「形式陶冶」の図式である：

《内容(数学)が抜けて、形式が残る》

《よい内容(数学)がうまく抜けて、よい形式が残る》

2.1 数学の勉強は、＜傾向性＞の風化造形

成長は、カラダに取り込んだ物の＜累積＞ではない。

取り込んだものは、消えて無くなる。

取り込みと消散が同時に続けられる過程で、ひとつの形がつくられていく。これが成長である。

翻って、取り込みは、つぎのことを展望した取り込みである：

《取り込んだ物それ自体は消えて無くなるかわりに、
一つの形が残る。》

成長は、いわば風化造形である。

成長の風化造形で「残る形」に相当するものは何か？

本論考では、G. Ryle の謂うところの「傾向性」を、これにあてることにする。

G. Ryle, 1949 : The concept of mind. Hutchinson.

[坂本百大他(訳) : 心の概念, みすず書房, 1987]

この枠組を、「数学の勉強」に適用する。

数学の勉強は、＜成長のための滋養取り込み＞である。

勉強した数学の内容は、自分のなかで消えて無くなる。

取り込みと消散が同時に続けられる過程で、ひとつの形がつくられていく / 残されていく。それは、＜傾向性＞である。

勉強した数学の内容が消えて無くなるのが、学校数学の「無用」である。そしてこの過程が＜傾向性＞をつくっていくことが、学校数学の「無用の用」である。

要点：勉強した数学は、自らは無くなって傾向性を残すことが「用」である。

勉強した数学は、傾向性の内容として残っていくのではない。

2.2 <傾向性>の形成が、「形式陶冶」

「傾向性」は、「if(状況) — then(行動)」の形で機能的に表現される。
「if(状況) — then(行動)」を<形式>と見るとき、傾向性陶冶は「形式陶冶」である。

傾向性陶冶は風化造形である。「形式陶冶」の「陶冶」は、風化造形である。
形式は、直接そのものとして造るのではない。形式は、<残す>という
ふうに造る：

物を積む。

この堆積物を風化に晒す。

残る格好で形を現してくるのが、所期の形式。

つぎが「形式陶冶」の図式である：

《内容が抜けて、形式が残る》

《よい内容がうまく抜けて、よい形式が残る》

3 「形式」とは何か？

3.0 要旨

3.1 形式は、「大きな概念」

3.2 形式の個依存性

3.3 「形式」の実感

3.4 形式と年齢の関係

3.0 要旨

「形式」は、「規模の大きな概念」である。

すなわち、「形式」と「概念」の違いはニュアンスの違いであり、違いを感じさせているものは「大きさ」である。

形式の形成メカニズムの《堆積 → 中身が抜ける》は、個人の環境・経験値に依存する。したがって、形式は個依存である。

「形式」は、＜実感される＞がこれの存在のしかたである。

複数の個の共時的・通時的比較は、「形式」を実感させる。

「形式」は、内観によっても実感される。

形式行動を見出すという形で「形式」が実感されることもある。

形式の実感は、年齢と関係するところがある。

実際、加齢に伴い、形式行動が増え、「形式」の実感が増す。

「形式」の実感の方法になる＜複数の個の通時的比較＞では、加齢が、リアルな通時的比較の領域が広がることとイコールになる。

3.1 形式は、「大きな概念」

「形式」は、「規模の大きな概念」「規模の大きな概念複合体」である。

「形式」の規模の大きさは、構造・構成の規模の大きさである。

「形式」と「概念」に、本質的な違いはない。

実際、「概念」の要点になるつぎのメカニズムは、そのまま「形式」の要点である：

1. 概念形成のメカニズム：

堆積 → 中身が抜ける

2. 概念による対象認知のメカニズム：

概念が「箱」になって、

対象を「箱の内容」というふう処理

3.2 形式の個依存性

形式の形成メカニズムにおける〈堆積 → 中身が抜ける〉の内容は、個人の環境・経験値に依存することになる。そこで、《形式の個依存》が結論される：

- ・環境が違う二人は、同じことばに対し異なる概念をもっている。
- ・いまの自分と昔の自分は、同じことばに対し異なる概念をもっている。

《形式の個依存》から、「個依存の程度の調整——社会性陶冶」としての「一斉形式陶冶—学校教育」の主題が立つことになる。

3.3 「形式」の実感

「形式」は、〈実感される〉がこれの存在のしかたである。

「形式」を実感する形には、つぎのものがある：

- ・内観
- ・〈傾向性の違い〉の視点で、個同士（特に自分を含め）を比べる
- ・〈傾向性の違い〉の視点で、ひとりの個（特に自分）の今と昔を比べる
- ・形式行動を、自分あるいは他の個に見出す

ここで「形式行動」とは、「形式に依存している度合いが大きい行動」の意味であるが、これにはつぎの2つの場合が考えられる：

- A. 内容が無い状態で、専ら形式で行動。
- B. 対象認知での〈形式に従わせる（形式から漏れる内容を切り捨てる）〉の度合いが、著しい。（形式にひっかかるものしか見ない。）

3.4 形式と年齢の関係

「形式」は、＜実感される＞がこれの存在のしかたである。そこで、実感できる者には存在し、実感できない者には存在しない、というふうになる。

こう考えるとき、「形式実感と年齢」という主題が立ってくる。形式の実感は、年齢と関係しているように見えるからである。実際、加齢に伴い形式の実感が増す。

加齢に伴い形式の実感が増すのは、どうしてか？

加齢に伴い形式行動が増えてくる。
形式行動が増えるのは、中身の抜けが進行しているからである。「老人力」とか「もうろく」とか「境地」ということばの指しているものが、これである。
この形式行動が自覚・実感される。
こうして、加齢に伴い形式が実感されやすくなるというぐあいになる。

加齢に伴い「形式陶冶」の考えに与するようになる。加齢に伴い形式の実感が増してくるからである。

翻って、若いうちは、形式が実感されにくい。形式は＜中身の抜け＞であり、若いとは堆積が中身の抜けを上回っている状態のことだからである。

4 数学が陶冶する形式は、どんなか？

4.0 要旨

4.1 数学が陶冶する形式の特徴

4.2 形（構造）指向，理論指向

4.3 普遍指向——「生きる力」とは逆

4.0 要旨

数学の特徴が、数学の勉強の特徴になり、さらに数学で陶冶される形式の特徴になる。その特徴は、普遍指向・形式指向・体系指向・論理指向・還元主義・構成主義の明晰性である。

数学の勉強は、数学という学問の特性から、＜普遍指向・形式指向・体系指向・論理指向・還元主義・構成主義の勉強＞というふうになる。

数学が陶冶する形式は、大きな形式である。

大きな形式を陶冶する勉強は、「大きな勉強」になる。すなわち、長期間一貫して続ける勉強になる。

実際、小・中・高の学校数学は、数学の同じ主題を上昇スパイラルで勉強するように構成される。

数学の勉強は、自ずと＜形（構造）＞の方法論の鍛錬、そして＜形（構造）の理論＞の方法論の鍛錬になっている。そして、数学を素材にしたこの鍛錬は、「形（構造）をとらえる力」「理論化する力」と呼べるような傾向性をつくる。

学校数学出口論の主流は、「生きる力（問題解決力）」をゴール概念に立てる。「生きる力」は、「今を生きる力」である。

数学の勉強で陶冶される傾向性のイメージは、「今を生きる力」とはむしろ逆のものになる。すなわち、イメージは「普遍指向」である：「ムードに流されない落ち着いた境地・達観」

4.1 数学が陶冶する形式の特徴

どんな形式が陶冶されるかは、どんな勉強をしたかに依る。どんな勉強をしたかは、どんな学問を勉強したかに依る。

言い換えると、学問の特徴は、勉強の特徴になり、さらに陶冶される形式の特徴になる。

特に、学問としての数学の特徴は、数学の勉強の特徴になり、さらに数学で陶冶される形式の特徴になる。

学問は、普遍指向・形式指向・体系指向・論理指向であり、還元主義・構成主義を方法にする。しかし、自身をこれらの顕現そのもののように示そうとする学問は、数学が唯一である。実際これが、学問としての数学の特徴になる。

この数学の特徴が、数学の勉強の特徴になり、さらに数学で陶冶される形式の特徴になる。すなわち、普遍指向・形式指向・体系指向・論理指向・還元主義・構成主義の明晰性が、数学の勉強の特徴になり、さらに数学で陶冶される形式の特徴になる。

そして数学科においては、この形式の陶冶を意図的に企画できる教科は他に無い。

数学が陶冶するこの形式は、大きな形式である。

大きな形式を陶冶する勉強は、「大きな勉強」になる。すなわち、長期間一貫して続ける勉強になる。

実際、小・中・高の学校数学は、数学の同じ主題を上昇スパイラルで勉強していくというものになっている。

例えば、「推論・定義・定理」は、大きな概念 / 形式であり、身につけるためには「大きな勉強」を要する。実際、「学校数学の勉強を地道に長くやってきて、どうにか身につくか」といったものである。——辞書を引き、そこに書かれている説明を読んで、それが何かがわかる、というものではない。

要点：数学の勉強は、数学という学問の特性から、＜普遍指向・形式指向・体系指向・論理指向・還元主義・構成主義の勉強＞というふうになる。

4.2 形（構造）指向，理論指向

数学の勉強は、自ずと＜形（構造）＞の方法論の鍛錬、そして＜形（構造）の理論＞の方法論の鍛錬になっている。

これらの鍛錬は、素材が数学に限られるわけではないが、数学は素材に適している。

ここで本論考は、さらにつぎのように考えることにする。すなわち、数学を素材にしたこの鍛錬は、「形（構造）をとらえる力」「理論化する力」と呼べるような傾向性をつくる。

「形（構造）をとらえる力」は、つぎを内容とする：

- ・「同型・異型」の文脈で、構造に拘りをもってしまう。
- ・日常言語の上ではつながってこないものを、構造の視点で同種にする。
日常言語の上で同種のもを、構造の視点で異種にする。
- ・対象を構造で見えてしまうことにより、日常言語が定めるカテゴリーの束縛から自然に脱ける。

「理論化する力」は、つぎを内容とする：

- ・「理由溯行」「含意」の文脈で、論理の体系に拘りをもってしまう。
- ・推論の適正に拘りをもってしまう。
- ・定義・定理の方法を、自然に実践する。
- ・理論構築を、自然に実践する。

4.3 普遍指向——「生きる力」指向とは逆

学校数学は、「学校数学で陶冶すべき傾向性」という問題を立てる。これは学校数学出口論である。

出口論の主流は、「学校数学で陶冶すべき傾向性」を「生きる力（問題解決力）」にする。それは、PISA/OECD が主題化するようなつぎの「力」である：

「問題解決力」

「即応力」

「競争力 (competence)」

「グローバル社会でバリバリやっていける力」

「生きる力」は、「今を生きる力」である。

数学の勉強で陶冶される傾向性のイメージは、「今を生きる力」とは逆のものになる。すなわち、イメージは、「普遍指向」である：

「ムードに流されない落ち着いた境地・達観」

PISA/OECD に数学教育を合わせようとするのは、数学に対する錯認ということになる。

5 形式陶冶 = <数学を教える>

5.0 要旨

5.1 「形式陶冶」の方法は、<数学を教える>

5.2 <数学を教える>の「数学」の条件：「体系的」

5.3 古典的な「形式陶冶」の考え方が正しい

5.4 「数学的思考 / 問題解決 / リテラシー」の
間違い

5.5 学校数学が「数学的○○」を択るわけ

5.0 要旨

形式は直接そのものとしては造れない。一旦物を積み、この堆積物を風化に晒す。残る格好で形を現してくるのが、所期の形式というふうになる。

よい形式を得ようとするときは、よい物を積まねばならない。学校数学の「形式陶冶」での「よい物を積む」は、「よい数学をきちんと勉強する」である。

こうして、形式陶冶の方法は、<数学を教える>だということになる。裏返して言うと、形式陶冶は、「よい数学をきちんと勉強する」から外れることで損なわれる。

形式陶冶は、<数学を教える>が方法である。古典的な「形式陶冶」の考え方が、以来ずっと「形式陶冶」の正しい捉え方である。

対して、よく見かけるつぎのような対立軸の立て方は、間違っており、「形式陶冶」を誤解させるものになる：

<知識の教え込み>ではなく<思考力をつける>

<数学を>対<数学で>

<実質陶冶>対<形式陶冶>

「数学的思考方」「数学的問題解決」「数学的リテラシー」は、形式の直接構築をやろうとする。<数学で教える>が方法論になる。

<数学を教える>ではないので、形式陶冶にも実質陶冶にもならない。<なにものでもない>になる。

しかし、この<なにものでもない>ものが<学校数学をリードすべき考え方>と目されるという現実がある。

5.1 「形式陶冶」の方法は、<数学を教える>

「形式陶冶」の「陶冶」は、風化造形である。

即ち、形式は直接そのものとしては造れない。一旦物を積み、この堆積物を風化に晒す。残る格好で形を現してくるのが、所期の形式というふうになる。

よい形式を得ようとするときは、よい物を積まねばならない。

学校数学の「形式陶冶」での「物を積む」は、「数学を勉強する」である。そこで、「よい物を積む」は、「よい数学をきちんと勉強する」である。

こうして、形式陶冶の方法は、<数学を教える>だということになる。裏返して言うと、形式陶冶は、「よい数学をきちんと勉強する」から外れることで損なわれる。

5.2 <数学を教える>の「数学」の条件：「体系的」

形式陶冶は、堆積と風化のプロセスである。

よい形式を得るために、よい物を積む。

「学校数学=形式陶冶」の場合、「よい物を積む」は「よい数学をきちんと勉強する」である。

このときの「よい数学」の「よい」の意味は？

「よい」の意味は、学問としての数学の特徴から考えることになる。

学問としての数学の特徴は、つぎのものである：

- ・形（構造）指向，理論指向，普遍指向
- ・方法としての還元主義

（これは、数学に限らず学問全般の特徴ということになるが、数学では特に際立つ。）

そして、この特徴のものは、「体系的」である。

そこで、「よい数学」の「よい」の意味は、「体系的」である。

Cf. 特に、「離散数学」ではない。

5.3 古典的な「形式陶冶」の考え方が正しい

形式は、<数学を教える>を介して実現するものであり、直接陶冶できるものではない。形式陶冶は、つぎのようになる：

<数学を教える> → 形式陶冶

すなわち、古典的な「形式陶冶」の考え方が、以来ずっと「形式陶冶」の正しい捉え方である。

「学習の転移」に対する「形式」による説明も、古典的な「形式陶冶」の考え方に立つものである：

「狭く深く学習 → 学習の転移が可能に」

特に、つぎのような対立法で「形式陶冶」を立てるのは、間違いである：

<知識の教え込み>対<思考力をつける>

<数学を>対<数学で>

<実質陶冶>対<形式陶冶>

「<知識の教え込み>ではなく<思考力をつける>」が間違いなのは、「<数学を教える> → 形式陶冶」が「<知識の教え込み> → <思考力をつける>」であるから。

「<数学を>対<数学で>」が間違いなのは、「<数学を教える> → 形式陶冶」が「<数学を> → <数学で>」であるから。

「<実質陶冶>対<形式陶冶>」が間違いなのは、<数学を教える>がこの中に実質陶冶を含むから。（→ §「形式陶冶 = <数学を教える> = 実質陶冶」）

5.4 「数学的思考方 / 問題解決 / リテラシー」の違い

本論考は、形式陶冶を風化造形に解釈する。
特に、数学そのものの勉強が、形式を実現する。

この立場では、「数学的思考方」「数学的問題解決」「数学的リテラシー」は、理論の根本になる「形式の実現方法」のとらえのところで、間違っていることになる。

すなわち、これらは、形式の直接構築をやろうとする。形式を、直接構築されるもののように定めている。

つぎが発想される所以である：

「考え方指導」「問題解決ストラテジー指導」「リテラシー指導」を、算数・数学科の授業としてつくる。

<形式の直接構築>の発想のおおもとは、表象主義である。

表象主義では、形式が実体概念の構成物になる。

この表象主義の上に認知の理論を立てようとするのが、「認知科学」である。

「数学的思考方 / 問題解決 / リテラシー」は、認知科学である。

《知識と思考力は切り離せるものではない》の実感があれば、<形式の直接構築>の違いをしないで済む。

そして、この実感を培うものも、数学の勉強である。

5.5 学校数学が「数学的〇〇」を択るわけ

学校数学は、「数学的〇〇」を択る

これのもとには、教育行政のつぎの力学である：

「改革」のオブリゲーション

→ 《プロジェクトの上に教育を乗せる》

→ 「経済効果」——教育業を養う（活性を保つ）

しかし「数学的〇〇」は、<数学を教える>ではないため、形式陶冶にも実質陶冶にもならないつまり、学校数学をくなくなものでもない>にしてしまう。

実際、つぎが、学校数学という現象を理解する一つの視点になる：

「<経済効果>と<教育実質>のトレードオフ」

6 「学校数学＝＜数学を教える＞」 に不足はない

6.0 要旨

6.1 「数学を教える」に対する不足感には思考停止がある

6.2 「教える＝わかる」

6.3 ＜数学を教える＞は、実質陶冶になる

6.4 「学校数学＝＜数学を教える＞」に不足はない

6.0 要旨

「数学を教える」のことは、どんな受け取り方をされるか？

「知識の教え込みではなく、思考力をつける」というときの「知識の教え込み」だと受け取られる。

この一般的な受けとめ方を意識して、ここで＜数学を教える＞の概念を論ずることにする。

＜数学を教える＞は、自明なことではない。＜数学を教える＞は、自明にしてかかると間違ふことになる。

＜数学を教える＞は、「知識の教え込みではなく、思考力をつける」の「知識の教え込み」ではない。実際、「思考力」は、＜数学を教える＞を以てする形式陶冶の射程に入るものである。

また、実質陶冶も、＜数学を教える＞の含蓄になる。すなわち、＜数学を教える＞をやれば、それは必然的に実質陶冶になる。

＜数学を教える＞に不足はない。＜数学を教える＞は、数学教育の完備な形である。

「数学だけを教えていけばよいのか？」に対しては、「そうだ」と答えることになる。

6.1 「数学を教える」に対する不足感には思考停止がある

「数学を教える」は、きまって不足感もたれる：

「数学だけを教えてよいのか」

すなわち、「知識の教え込みではなく、思考力をつける」というときの「知識の教え込み」だと受け取られる。

不足感から、余計／筋違いなことが開始される。

そして、余計／筋違いは、＜数学を教える＞を壊す。

「学校数学＝＜数学を教える＞」に対する不足感には、＜数学を教える＞の含蓄に対する思考停止がある

＜数学を教える＞を、自明にしてかかっているわけである。

(→ § 「＜数学を教える＞の条件」)

結論から言うと、「学校数学＝＜数学を教える＞」に不足はない。

思考力陶冶は、＜数学を教える＞の形式陶冶としての含蓄である。

実質陶冶も、＜数学を教える＞の含蓄になる。実際、＜数学を教える＞は、自明にしてかかると間違ふことになる。

6.2 「教える = わかる」

「教える」は、相手が<わかる>に至った限りで「教える」である。
<わかる>に至らないのは、「教える」ではなく「教えているつもり」である。
「教える = わかる」である。

註：「数学を教える」という言い方をすると、大学の専門数学の講義を思い浮かべる人がいるかも知れない。しかし大学の専門数学の講義は、伝統的に、「教える」から最も離れているふうを自分のスタイルにしている。

実際、講義のみで<わかる>に至る学生はいない。<わかる>に至るためには、学生自らがいろいろなことをしなければならない。このいろいろなことをしない / できない学生は、<わからない>を負う者になる。そして、大学の専門数学の講義は、学生の大半に<わからない>を負わせるふうになっている。

6.3 < 数学を教える > は、実質陶冶になる

数学がわかる形は、「<使うもの>としてわかる」である：

各主題の出自が、<使う>の文脈でわかる
理論の前提として立てているものが、<使う>の文脈でわかる
定義が、<使う>の文脈でわかる
定理が、<使う>の文脈でわかる

註：<使う>の無い自称数学は、「アブストラクト・ナンセンス」と呼ばれる。

そこで、数学の「教える = わかる」は、

「数学を<使うもの>として教える
= 数学が<使うもの>としてわかる」

である。——実際、「数学を<使わないもの>として教える = 数学が<使わないもの>としてわかる」は、背理である。

そして、「数学を<使うもの>として教える = 数学が<使うもの>としてわかる」は、いわゆる「実質陶冶」である。

こうして、つぎの結論になる：

形式陶冶 = < 数学を教える > = 実質陶冶

6.4 「学校数学＝＜数学を教える＞」に不足はない

「知識の教え込みではなく、思考力をつける」の言い方があるように、「数学を教える」という言い方は、定めし、《学校数学としてやることの多くが捨てられる》という受け取り方を招く。しかし、その受け取り方は間違いである。

「教える」は、相手が＜わかる＞に至った限りで「教える」である。＜わかる＞に至らないのは、「教える」ではなく「教えているつもり」である。「教える＝わかる」である。

「教える＝わかる」であるためには、授業者は余程多くのことをしなければならない。

＜数学を教える＞は、この「教える＝わかる」を行う。この結果、学校数学の当為全体を行うものになる。

実質陶冶も、これに含まれてくる。

翻って、学校数学の当為全体を行うようになっていなければ、それは＜数学を教える＞ではない。

＜数学を教える＞に、不足はない。＜数学を教える＞は、学校数学の完備な形である。

他のことを加えようとするのは、余計を犯すことである。余計は、余計にとどまるのではなく、障碍である。

「数学をただ勉強していてよいのか？」「数学をただ教えていてよいのか？」に対しては、「そうだ」と答えることになる：

生徒：「数学をただ勉強していてよいのか？」

「そうだ。きちんと数学を勉強することだけを考えればよい。（ブレないことが肝要。）」

教師：「数学をただ教えていてよいのか？」

「そうだ。きちんと数学を教えることだけを考えればよい。（ブレないことが肝要。）」

ただし、＜数学を教える＞は、意識に能力が伴って実現となる。授業者に求められるものは多い。」

7 <数学を教える>に応ずる学習動機は、 向学心

7.0 要旨

7.1 <数学を教える>は、向学心を学習動機と定める

7.2 「数学的思考方 / 問題解決 / リテラシー」の学習動機との対比

7.0 要旨

授業は、生徒の側に学習動機が無ければ、成立しない。

<数学を教える>は、数学の「無用の用」が数学学習の意味である。特に、「数学は無用」を立場にする。

そこで、つぎの問題が立つ：

「このようなく数学を教える>に対し、
学習動機は成り立つのか？」

これに対する答えは、つぎのものである：

「<数学を教える>に対応する学習動機は、向学心である。」

<数学を教える>は、専ら向学心を学習動機と定める立場である。

7.1 <数学を教える>は、向学心を学習動機と定める

風化造形での「堆積物を風化に晒す」は、学校数学の「形式陶冶」では、「勉強した数学を忘れるにまかす」である。

数学の勉強は、勉強した内容を忘れることを見込む。

「忘れる」は、必要なこととして予定される。

勉強は「忘れるための勉強」というふうになる。

しかし、「忘れるための勉強」を、ひとはいったいやろうとするだろうか？
これに対し本論考が用意する答えは、以下のものである。

ひとはいろいろな行為をし、これらが糧になったものとして<成長>が現れる。ところでこの<成長>は、それぞれの行為の内容の<累積>ではない。それぞれの行為の内容は、自分のうちで消えて無くなる。行為は、「忘れるためにする行為」である。

「忘れるためにする行為」であるということは、ひとがこれを退けるといってない。小説を読もうとか映画を見ようとかするとき、その内容をすぐに忘れることがわかっている。かといって、刹那的楽しみをこれらに求めているのでもない。

数学の勉強も、これと同じことになる。

すなわち、ひとは、「そこに一つの世界がある」というものに対し、その世界を経験したいと思う。この世界を経験しないことを、損であると思う。これを<向学心>と呼ぶことにすれば、ひとは<向学心>を本能

(DNA) にしている。

ひとが数学の勉強に向かうとき、そうさせているものは、ひとの本能としての<向学心>である。

実際、本論考はさらに進めてつぎのように言いたい：生き物の生き物である所以は<向学心>である。

7.2 「数学的思考方 / 問題解決 / リテラシー」の学習動機との対比

本論考は、ひとが数学の勉強に向かうとき、そうさせているものは、《自分の知らない世界を経験したい》を内容とするところの<向学心>であるとした。<数学を教える>に応ずる学習動機は、この<向学心>である。

<数学を教える>は、生徒の側の向学心を専ら頼むことになるという論である。<数学を教える>は、実利を学習動機にできない点が弱みになる。

「数学的思考方」「数学的問題解決」「数学的リテラシー」は、「実社会で生きていける力の陶冶」を学校数学の意味にする。そして、「数学を使うリアルな問題を様々に経験させる」を、授業の形にする。このときの学習動機は、《実社会で生きていける力を身につけたい》である。

「数学的思考方 / 問題解決 / リテラシー」は、「生きる力」を実利として立てる。

8 <数学を教える>の 条件 (qualification/criteria)

8.0 要旨

8.1 <数学>をわかっている

8.2 <教授 - 学習>をわかっている

8.3 数学の学習喚起力をわかっている

8.4 <数学を教える>は、熟練の技

8.5 授業の極意は、授業者が見えなくなること

8.0 要旨

<数学を教える>は、自明にしてかかると間違ふ。

<数学を教える>は、簡単なことではない。

大学の専門数学の授業に対してもたれているイメージの「授業者が板書し、生徒がそれを筆記する」は、<数学を教える>ではない。

<数学を教える>は、「教える=わかる」の実現である。

これは、授業者に能力が備わっていてできることである。

<数学を教える>は、その気になるかならないかの問題ではない。

すなわち、<数学>をわかっていなければならない。<教授-学習>をわかっていなければならない。数学の学習喚起力をわかっていなければならない。

<数学を教える>は、授業者に求めるものが多い。

授業者は、修行あるのみ。

この修行にショートカットは無い。

8.1 <数学>をわかっている

言えばあたりまえのことになるが、<数学を教える>ができるためには、<数学>をわかっていなければならない。

<数学>をわかっているとは、つぎのことがわかっていることである：

- ・ 数学の中身（各主題の出自を含め）
- ・ 数学の思想
- ・ 数学の方法論

8.2 <教授 - 学習>をわかっている

「教える」は「教える＝わかる」である。相手が<わかる>に至るということである。相手が<わかる>に至らない「教える」は、授業者の<教えているつもり>に過ぎない。

相手を<わかる>に至らせるためには、「教える」としてどのようなことをしなければならないかが、わかっているなければならない。この意味で、<数学を教える>ができるためには、<教授 - 学習>がわかっているなければならない。

わからねばならないことは、ことばにするとつぎのようなことである：

- ・ <学習する><わかる>とはどういうことか
- ・ なぜ簡単に<わかる>にならないのか
- ・ <教える>とはどういうことか
- ・ <教える>としてどのような行為をしなければならないか
- ・ <教える>は、どうであるのがよいのか

8.3 数学の学習喚起力をわかっている

数学は、適切に指導されれば、ひとの進んで学習するものになる。生徒が数学の学習を好まないのは、適切に指導されてこなかったからである。

数学には学習を喚起する力がある。それは、向学心に応える力である。生徒が数学の学習を好まないのは、生徒の向学心に応える指導がなされなかったからである。

このことがわからない教員は、人の本性は<数学の学習を好まない>であるといったふうに、だましだまし数学を学習させるやり方を用いようとする。この結果が、「余計／無駄ばかりをやって、肝心なことをやらない」である。

<数学を教える>ができるためには、学習を喚起する力がもともと数学にはあるというふうに考えられるのでなければならない。

8.4 <数学を教える>は、熟練の技

<数学を教える>は、難しい。しかし、「数学だけを教えていけばよいのか？」の言い方があるように、数学を教えることは難しいことのようにも思われていない。

事實は、<数学を教える>は、授業者に求めるものが多い。

<数学を教える>は、授業者に高い能力を求める。

<数学>の何たるかをわかっていること、<教授 - 学習>の何たるかをわかっていることが、授業者の要件になる。

特に、<数学><教授 - 学習>は、数学者・数学教育者を立場 / 職業にしている者だったらわかっている、というものではない。立場 / 職業は、それだけのものである。これに能力の含意はない。

実際、<数学を教える>は、技(わざ)である。

この技を磨く実践は、修行である。

<数学を教える>は、「10年かかるものは10年かかり、20年かかるものは20年かかる」の修行の世界である。

<数学を教える>に対する「技」の見方は、強調される必要がある。というのも、授業はアイデアだと思っているふうが、見られるからである。特に、数学教育学の中ではそうである。「アイデア実験群が統制群より有意に高得点」が、授業の優劣を論じたことになってしまう。

授業がアイデアの問題なら、<経験>は授業力の要素でなくなる。しか

し事實はどうかといえば、授業理解・授業力は、繰り返すが、「10年かかるものは10年かかり、20年かかるものは20年かかる」でつくられていくものなのである。

<数学を教える>論は、定石論になる。

「授業のアイデアいろいろ」論ではない。

8.5 授業の極意は、授業者が見えなくなること

数学には、学習を喚起する力がある。授業者が行うことは、この力を解発 (release) すること、この力をじゃましないことである。

授業者が数学の学習喚起力の解発を自分の役割とし、これに徹するとき、生徒の意識から授業者が消え、生徒の前には数学だけがあるふうになる。——《授業者が消え、数学が自ら語る。》

「メディアは、空気のような存在になるのが最上」という言い方がある。授業の極意も、これである。

註：授業の初心者（たとえば教育実習生）は、生徒の歓心を得ようとし、そのことに腐心する。そこで、「見えなくなる」の正反対をやる。当人は、よい授業ができたと思っている。

9 おわりに——結論

「学校数学の勉強は何のため？」の論点は、勉強した内容を用いるようになるかならないかではない。用いる・用いないをいえば、用いない。学校数学を理由づける形は、「無用の用」でなければならない。

この学校数学の「無用の用」は、傾向性形成の意味で考えることになる。

傾向性の形成は、風化造形である：《堆積があり、風化があり、残って現れる形がある。》そしてこの風化造形が、「形式陶冶」である。

学校数学の「無用の用」の傾向性形成は、形式陶冶である。

形式陶冶は、《堆積物を構築する、つぎにこれを風化にさらす、残って現れてくるものが所期の形式》という迂遠なプロセスである。形式陶冶は、「忘れるために勉強する」迂遠なプロセスである。

しかし、このプロセスの他ではあり得ない。

形式陶冶の素材——忘れるために勉強するところのもの——は、数学である。そこで、この良質であることが、形式の良質につながる。したがって、形式陶冶の方法は、「良質な数学をしっかりと勉強する」であり、この意味での〈数学を教える〉である。

形式陶冶を実現する授業形態は、〈数学を教える〉である。

ちなみに、「数学的思考方」「数学的問題解決」「数学的リテラシー」の類は、「形式の実現方法」の考え方で根本的な間違いを犯していることになる。すなわち、形式の直接構築——(1)形式の直接陶冶、そのための(2)数

学を使うリアルな問題の指導——をやろうとする。形式を直接構築されるものとして定めるところで、間違っている。

〈数学を教える〉は、ひとを数学の勉強に向かわせるものは《自分の経験していない世界を経験したい》の〈向学心〉であるとする考え方からも導かれるものである。

〈数学を教える〉に応える学習動機は、向学心である。

〈数学を教える〉に不足はない。〈数学を教える〉は、数学教育の完備な形である。

実質陶冶も、〈数学を教える〉の含蓄になる。すなわち、〈数学を教える〉をやれば、それは必然的に実質陶冶になる。

「数学だけを教えていけばよいのか？」に対しては、「そうだ」と答えることになる。

〈数学を教える〉は、難しい。授業者に求めるものが多い。すなわち、〈数学〉の何たるかをわかっていること、〈教授-学習〉の何たるかをわかっていることが、授業者の要件になる。

特に、〈数学〉〈教授-学習〉は、数学者・数学教育者を立場/職業にしている者ならわかっている、というものではない。立場/職業は、それだけのものである。能力の含意はない。

実際、〈数学を教える〉は、技(わざ)である。

この技を磨く実践は、修行である。——「10年かかるものは10年かかり、20年かかるものは20年かかる」の世界の修行である。

＜数学を教える＞に対する「技—基本・熟練」の見方は、強調される必要がある。というのも、授業はアイデアだと思っているふうが、見られるからである。

特に、数学教育学の中ではそうである。「アイデア実験群が統制群より有意に高得点」が、授業の優劣を論じたことになってしまう。

授業がアイデアの問題なら、＜経験＞は授業力の要素でなくなる。しかし事実、授業理解・授業力は「10年かかるものは10年かかり、20年かかるものは20年かかる」でつくられていくものなのである。

宮下英明 (みやした ひであき)

1949年、北海道生まれ。東京教育大学理学部数学科卒業。筑波大学博士課程数学研究科単位取得満期退学。理学修士。金沢大学教育学部助教授を経て、現在、北海道教育大学教育学部教授。数学教育が専門。

註：本論考は、つぎのサイトで継続される（この進行に応じて本書を適宜更新する）：

http://m-ac.jp/me/theory/math_use/useless_useful/

学校数学「無用の用」論

2011-10-16 初版アップロード (サーバー：m-ac.jp)

2011-11-15 一部更新

著者・サーバ運営者 宮下英明

サーバ m-ac.jp

<http://m-ac.jp/>

m@m-ac.jp
